Phys. Z

Berlin College Library
OCT 13 1924
Not

Physikalische Zeitschrift

begründet von **E. Riecke** und **H. Th. Simon**

vereinigt mit dem

Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik

begründet von **Johannes Stark**

Herausgeber:

Prof. Dr. **P. Debye**, Prof. Dr. **F. Harms** und Prof. Dr. **R. Seeliger**

Die Physikalische Zeitschrift erscheint monatlich zweimal im Umfange von zwei bis vier Bogen und wird vierteljährlich für Goldmark 11.— postfrei geliefert. Für das Ausland beträgt der Preis $ 3.— vierteljährlich. Bestellungen nehmen jede Buchhandlung sowie die Verlagsbuchhandlung entgegen. Anzeigen werden für die einmal gespaltene Millimeterzeile mit Goldmark —.20, Beilagen mit Goldmark 60.— berechnet.

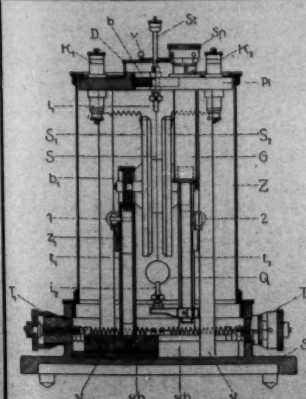
Alle Manuskripte und darauf bezügliche Zuschriften sind an Prof. Dr. F. Harms, Würzburg, Bismarckstr. 1, zu senden, mit Ausnahme der zusammenfassenden Berichte, deren Redaktion Prof. Dr. R. Seeliger, Greifswald, Leitzenstr. 43, führt. Büchersendungen und Anzeigen-Aufträge direkt an den

Verlag von **S. Hirzel** in Leipzig, Königstraße 2.

No. 17. Leipzig, 1. September 1924. No. 669. Printed in Germany. **25. Jahrgang.**

Phys.-mech. Institut von Prof. Dr. M. Th. Edelmann & Sohn,

München.



Saiten-Elektrometer

nach Lutz-Edelmann (neue Form).

C. W. Lutz, Physik. Zeitschrift, 24. Jahrgang. 1923. Seite 166—170.

Katalog 30, Spezialliste No. 32 über Saitengalvanometer und Registrierapparate, Spezialliste No. 31 über einfache Präzisionsschulapparate gratis und franko.

Mit einer Beilage der Veifa-Werke A.-G. in Frankfurt am Main, betreffend: Idealapparat „Peo".

VERLAG VON S. HIRZEL IN LEIPZIG

Neuerscheinung

Geschichte des Deutschen Reiches 1871–1924

von **Dr. Johannes Hohlfeld**

XII u. 788 Seiten m. Reg. 8°. Geheftet Gm. 13.– $ 3.10, Ganzleinenband Gm. 15.– $ 3.60

Aus dem Inhalt: Die Reichsgründung. Bureaukratie. Konservative Fronde. Kulturkampf. Sozialistengesetz. Reichseisenbahnen. Dreikaiserbündnis. Der neue Kurs. Polenpolitik. Flottengesetze. Kolonialfragen. Marokkokrise. Balkankrise. Kriegsausbruch. Weltkrieg und Wandlung. Friedensvertrag. Kapp-Putsch. Erfüllungspolitik. Ruhrkrieg. Große Koalition. Ermächtigungsgesetze. Hitler-Putsch. Reichstagsauflösung Februar 1924.

*

Aus dem Studium der Vergangenheit beurteile man die geschichtlichen Notwendigkeiten der Gegenwart und Zukunft. Hohlfelds Werk bietet hierzu die Möglichkeit. Es bringt die organische Entwicklung des Staates – des Deutschen Reiches – als eines Lebewesens mit eigenen Gesetzen zur Darstellung. Die Fragen der jüngsten Vergangenheit lernt man aus der geschichtlichen Entwicklung heraus verstehen.

Einbanddecken zur Physikalischen Zeitschrift 1923 sind vorrätig und können zum Preise von G.-M. 5.— durch jede Buchhandlung oder vom Verlag S. Hirzel in Leipzig, Königstr. 2 bezogen werden.

Neuste Konstruktion!

Kugelepiskop. D.R.P. 250314.

Franz Schmidt & Haensch

Berlin S. 42, Prinzessinnenstraße 16

Werkstätten für Präzisions-Mechanik und Optik.

Neue optische Spezialinstrumente eigener Konstruktion, Polarisations-, Spektral-, Projektionsapparate, Episkope u. a.

Preislisten kostenlos.

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

vereinigt mit dem

JAHRBUCH DER RADIOAKTIVITÄT UND ELEKTRONIK

No. 17. 1. September 1924. 25. Jahrgang.

Redaktionsschluß für No. 19 am 10. September 1924.

INHALT.

Originalmitteilungen:

K. Bennewitz, Über elastische Nachwirkung, elastische Hysteresis und innere Reibung. S. 417.

J. R. Katz u. H. Mark, Röntgenspektrographische Untersuchungen über das Wesen der Quellung bei einigen Substanzen, welche ein Debye-Scherrer-Diagramm geben. S. 431.

H. Lenz, Über den Hall-Effekt des lichtelektrischen Primärstromes bei isolierenden Kristallen. S. 435.

T. Isnardi, Über das Verhältnis der spezifischen Wärmen c_p/c_v für Flüssigkeiten. S. 439.

Personalien. S. 440.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über elastische Nachwirkung, elastische Hysteresis und innere Reibung.

(Habilitationsschrift.)

Von K. Bennewitz.

1. Theorie.

§ 1. In einer früheren Arbeit[1]) hatte ich versucht, die zeitlich elastischen Erscheinungen durch eine einfache Formel darzustellen. Weitere Versuche haben die Brauchbarkeit bestätigt, so daß ich nunmehr einige allgemeine Schlüsse aus diesem Ansatz ziehen darf.

Ich beschränke mich wieder auf den Fall der ideal-elastischen Nachwirkung, bei der also keine Dauerdeformation auftritt. Auch in diesem Falle ergibt sich experimentell eine wohl definierte Hysteresisschleife, die sich als von der Zeit im wesentlichen unabhängig erweist. Schon Warburg und Heuse[2]) hatten sich die Frage vorgelegt, ob der Inhalt dieser Schleife ausschließlich durch die ideale Nachwirkung bedingt sei, und waren zu dem Ergebnis gekommen, daß nur ein Bruchteil durch diese gedeckt wird, der größere Teil aber auf etwas anderes, etwa innere Reibung zurückzuführen sei. Dieses wenig befriedigende Resultat, das mir übrigens erst im Verlauf dieser Arbeit bekannt wurde, soll im folgenden einer Prüfung unterworfen werden. Die für mich den Ausgangspunkt bildende Frage war die, ob zwischen der idealen Nachwirkung und der inneren Reibung ein tieferer Zusammenhang besteht und ob vielleicht auf diesem Wege sich ein Einblick in den Mechanismus der Nachwirkung gewinnen ließe.

1) K. Bennewitz, Phys. Zeitschr. **21**, 703, 1920.

2) E. Warburg u. W. Heuse, Verh. d. D. Phys. Ges. **17**, 212, 1915.

Das Resultat vorwegnehmend, glaube ich gezeigt zu haben, daß die Hysteresis durch die Nachwirkung voll gedeckt ist, daß also die oben erwähnten Versuche an irgendeinem Mangel leiden. Dadurch ist aber der Zusammenhang von innerer Reibung und Nachwirkung festgelegt.

Ein weiteres Resultat ist eine Beziehung zwischen der bei einem zyklischen Prozeß an einem nachwirkenden Körper verloren gehenden Arbeit und der durch diesen insgesamt übertragenen Energie. Der dabei auftretende Faktor hängt unmittelbar mit der einen Konstanten der elastischen Nachwirkung zusammen.

§ 2. Wirkt eine zeitlich veränderliche Kraft $G(t)$ auf einen ideal nachwirkenden Körper und vernachlässigt man Trägheitskräfte, so läßt sich die Deformation y zur Zeit t_a darstellen durch den Ausdruck[1])

$$y = \beta' \int_0^{t_a} \frac{G(t)\,dt}{t_a - t + \tau}, \qquad (1)$$

worin β'[2]) und τ Konstanten sind. Ist G konstant, so folgt:

$$y = \beta' G \ln \frac{t_a + \tau}{\tau}. \qquad (2)$$

In der Elastizitätstheorie wird andererseits gesetzt:

$$y = \frac{F}{E} G, \qquad (3)$$

wo E der Elastizitätsmodul und F eine von der Form des Körpers abhängende Konstante ist. Daraus folgt mit (2):

1) K. Bennewitz, l. c.

2) Wir schreiben hier, anders als früher, β', wobei der Strich andeuten soll, daß in dieser Größe noch ein Formfaktor enthalten ist.

$$\frac{F}{E} = \beta' \ln \frac{t_a + \tau}{\tau} = \beta' [\ln (t_a + \tau) - \ln \tau]. \quad (4)$$

Danach sollte E eine Funktion der Zeit t_a sein; experimentell erweist sich nun τ, in Sekunden gemessen, als eine sehr kleine Größe von der Ordnung 10^{-100} und kleiner, während t_a bei allen wirklichen Messungen in den Grenzen 10^{-2} bis 10^{3} Sek. liegt. Größere t_a scheiden schon deshalb aus, weil andernfalls Dauerdeformationen auftreten. Demnach spielt das Glied $ln(t_a + \tau)$ nur eine unwesentliche Rolle neben $ln\tau$, so daß es in erster Näherung vernachlässigt werden kann. In gleichem Sinne ist E als Konstante anzusehen. Mit der Abkürzung:

$$\lg^{10} \tau = -\gamma \text{ [1)]} \quad (5)$$

wird (4):

$$\frac{F}{E} = -M\beta' \lg^{10} \tau \quad = M\beta'\gamma, \quad (6)$$

wo M den Modul 2,3026 ·· bedeutet. Der Fehler der Näherung ist in Prozenten: $\frac{100 \lg^{10} t_a}{\gamma}$, für praktische Messungen also belanglos.

Schreibt man (6) in der Form:

$$\frac{1}{E} = M \cdot \frac{\beta'}{E} \cdot \gamma = M \cdot \beta \cdot \gamma, \quad (7)$$

wo also $\beta = \frac{\beta'}{E}$ ist, so hat man eine Zerlegung der Materialkonstanten E in zwei neue solche, β und γ, gewonnen, die die elastischen Eigenschaften der Körper weit umfassender darstellen, als E allein. Beachtet man, daß „elastisch" so verschiedene Stoffe wie Ebonit, Blei, Kohle und Kalkstein nahezu gleiche Elastizitätsmoduln besitzen, dagegen das E von gewöhnlichem Glas etwa 10000 mal so groß ist, wie das des Kautschuks, während man beide als gut „elastisch" anspricht, so erkennt man, daß der Inhalt des Begriffes „Elastizität" nach gewöhnlichem Sprachgebrauch durch den Elastizitätsmodul keineswegs erschöpfend dargestellt wird. Auch andere Größen, wie Torsionsmodul, Querkontraktionskoeffizient, Kompressibilität, erweitern den Begriffsinhalt nicht wesentlich; dahingegen bringt die „innere Reibung" ein neues Moment hinzu. Wir werden später sehen, daß sie sich mit unserer Größe γ deckt. Für die technische Klassifizieruug der Materialien scheint also obige Zerlegung von Wert zu sein.

§ 3. Wir wollen nun das Zustandekommen der Hysteresisschleife betrachten, und zwar für zwei Fälle. Erstens soll die Kraft linear mit der Zeit wachsen und abnehmen (linearperiodisch), zweitens soll sie sich harmonisch ändern.

Für die linearperiodische Kraft gelte:

$G = G_0 t$ für $t = 0$ bis $t = \vartheta$,
$G = 2 G_0 \vartheta - G_0 t$ für $t = \vartheta$ bis $t = 3\vartheta$,
$G = -4 G_0 \vartheta + G_0 t$ für $t = 3\vartheta$ bis $t = 5\vartheta$ usw.

Das entspricht der Figur 1.

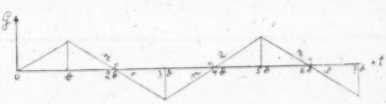


Fig. 1.

Die Anwendung von (1) auf diesen Fall ergibt:

$$y = \beta' G_0 \left[\int_0^{\vartheta} \frac{t\,dt}{t_a - t + \tau} + \int_{\vartheta}^{3\vartheta} \frac{(2\vartheta - t)\,dt}{t_a - t + \tau} - + \right.$$
$$\left. \cdots + \int_{(2n-1)\vartheta}^{t} \frac{(2n\vartheta - t)\,dt}{t_a - t + \tau} \right]$$

(+ für ungerade n, — für gerade n).

Die Integration ergibt für ungerade $n = 2m - 1$:

$$y_{2m-1} = \beta' G_0 t_a \ln \left[\frac{t_a}{(t_a - \vartheta)^2} \cdot \frac{(t_a - 3\vartheta)^2}{(t_a - 5\vartheta^2)} \cdots \frac{(t_a - (2n-3)\vartheta)^2 \tau}{(t_a - (2n-1)\vartheta + \tau)^2} \right] - \beta' G_0 (2n\vartheta - t_a)$$
$$+ 2\beta' G_0 \vartheta \ln \left[\frac{t_a - \vartheta}{(t_a - 3\vartheta)^3} \cdot \frac{(t_a - 5\vartheta)^2}{(t_a - 7\vartheta)^7} \cdots \frac{t_a - (2n-1)\vartheta + \tau^{2n-1}}{\tau^n} \right];$$

für gerade $n = 2m$

$$y_{2m} = \beta' G_0 t_a \ln \left[\frac{t_a}{(t_a - \vartheta)^2} \cdot \frac{(t_a - 3\vartheta)^2}{(t_a - 5\vartheta)^2} \cdots \frac{(t_a - (2n-1)\vartheta + \tau)^2}{\tau} \right] + \beta' G_0 (2n\vartheta - t_a)$$
$$+ 2\beta' G_0 \vartheta \ln \left[\frac{(t_a - \vartheta)}{(t_a - 3\vartheta)^3} \cdot \frac{(t_a - 5\vartheta)^5}{(t_a - 7\vartheta)^7} \cdots \frac{(t_a - (2n-3)\vartheta)^{2n-3}}{(t_a - (2n-1)\vartheta + \tau)^{2n-1} \cdot \tau^n} \right]. \quad (8)$$

1) Wobei nach obigem als Zeiteinheit für τ die Sekunde gewählt werden soll.

Wir betrachten zuerst die Nullstellen der Kraft, also die Stellen $t_a = 2n\vartheta$. Für diese gehen die Gleichungen 8 über in:

$$\left.\begin{aligned} y_{2m-1} &= 2\beta' G_0 \vartheta \ln\left[(2n)^n \cdot \frac{3^3 \cdot 7^7 \cdots (2n-3)^{2n-3}}{5^5 \cdot 9^9 \cdots (2n-1)^{2n-1}}\right] \text{ und} \\ y_{2m} &= 2\beta' G_0 \vartheta \ln\left[(2n)^n \cdot \frac{1^1 \cdot 5^5 \cdots (2n-3)^{2n-3}}{3^3 \cdot 7^7 \cdots (2n-1)^{2n-1}}\right]. \end{aligned}\right\} \quad (9)$$

Dies läßt sich nach freundlicher Mitteilung von Herrn Prof. Jacobsthal für den Limes ($n = \infty$) auch geschlossen schreiben:

$$\left.\begin{aligned} &\lim y_{(2m-1),(2m)} = \\ &= \left[\ln 2 + \frac{4}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln\sin x\, dx\right] \cdot 2\beta' G_0 \vartheta. \end{aligned}\right\} \quad (9a)$$

Setzen wir in (9) der Reihe nach $n = 1, 2 \cdots$, so nehmen die Klammern in (9), bzw. ihre Logarithmen folgende Werte an:

n	$[\cdots\cdots]$ Gl. 9.	lg $[\cdots]$	Δ
1	2,000	+ 0,30103	
2	1/1,687	— 0,22712	0,49757
3	1,864	+ 0,27045	
4	1/1,737	— 0,23980	0,50367
5	1,836	+ 0,26387	
6	1/1,755	— 0,24428	0,50530
7	1,824	+ 0,26102	
8	1/1,764	— 0,24650	0,50575
9	1,817	+ 0,25925	

Die den ungeraden n entsprechenden Logarithmen nähern sich dem Grenzwert + 0,25315, die für gerades n dem Werte — 0,25315. Betrachtet man je zwei aufeinander folgende auf- und absteigende Äste, also z. B. $n = 2$ und $n = 3$ (Fig. 1), so ist die Maximalbreite der Hysteresis dieser Periode ausgedrückt durch:

$$\left.\begin{aligned} &y_{2m+1} - y_{2m} = \\ &= 2M \cdot \beta' G_0 \vartheta\, [\lg[\cdots]_{2m+1} - \\ &- \lg[\cdots]_{2m}]. \end{aligned}\right\} \quad (10)$$

Die Differenz (Δ) dieser Klammer nähert sich viel schneller dem Grenzwert 0,50630, als die der einzelnen Glieder. Da nun die Maximalbreite der Hysteresisschleife zugleich ein Maß für ihren Gesamtinhalt ist, können wir das Ergebnis so aussprechen: Während sich die Gestalt der Schleife nur langsam der endgültigen nähert, ist ihre Größe bereits nach wenigen Zyklen konstant geworden. Die Existenz eines Grenzwertes geht aus (9a) hervor.

Verstehen wir unter der spez. Hysteresisbreite B die durch den Maximalwert der Kraft ($G_0\vartheta$) dividierte Breite an der Nullstelle der Kraft, so ergibt sich als Grenzwert:

$$\left.\begin{aligned} B_\infty &= \left(\frac{y_{2m+1} - y_{2m}}{G_0\vartheta}\right)_{m=\infty} = \\ &= 2 \cdot M \cdot \beta' \cdot 0{,}50630 = 2{,}334 \cdot \beta F. \end{aligned}\right\} \quad (11)$$

B_∞ ist also bei gegebener Kraftfunktion eindeutig durch β festgelegt, oder umgekehrt ist β durch B_∞ bestimmbar.

Eine ähnliche Betrachtung ergibt, daß sich die Spitzen der Hysteresisschleife zeitlich praktisch kaum ändern.

§ 4. Damit ist die Existenz einer stationären Hysteresisschleife bei ideal nachwirkenden Systemen nachgewiesen. Wir wollen nun ihren Energieinhalt berechnen, wobei wir uns auf die dem Zyklus zwischen 3ϑ und 7ϑ (Fig. 1) entsprechende Schleife beschränken. Nach obigem entscheidet sich diese von der stationären nur unwesentlich.

Gl. (8) lautet in diesem Falle:

$$\left.\begin{aligned} y_{n=2} &= \beta' G_0 \left[t_a \ln \frac{t_a (t_a - 3\vartheta + \tau)^2}{(t_a - \vartheta)^2 \tau} + \right. \\ &\left. + (4\vartheta - t_a) + 2\vartheta \ln \frac{(t_a - \vartheta)\tau^2}{(t_a - 3\vartheta + \tau)^3}\right] \\ y_{n=3} &= \beta' G_0 \left[t_a \ln \frac{t_a (t_a - 3\vartheta)^2}{(t_a - \vartheta)^2 (t_a - 5\vartheta + \tau)^2} - \right. \\ &- (6\vartheta - t_a) + \\ &\left. + 2\vartheta \ln \frac{(t_a - \vartheta)(t_a - 5\vartheta + \tau)^5}{(t_a - 3\vartheta)^3 \tau^3}\right]. \end{aligned}\right\} \quad (12)$$

Zu bilden ist die Differenz je zweier, bei Auf- und Abstieg gleichen Kräften entsprechender Deformationen. Zu diesem Zwecke transformieren wir (12), indem wir in die obere $t_a = 5\vartheta - t$, in die untere $t_a = 5\vartheta + t$ einführen. Dann entsprechen auf den betreffenden Ästen gleichen t gleiche G. Wir dürfen nun die beiden Gleichungen vereinigen und erhalten:

$$y_3 - y_2 = \beta' G_0 \vartheta \left[5 \ln \frac{5\vartheta + t}{5\vartheta - t} + 4 \ln \frac{2\vartheta + t}{2\vartheta - t} - 8 \ln \frac{4\vartheta + t}{4\vartheta - t}\right] + \beta' G_0 [t \ln (5\vartheta + t)(5\vartheta - t) + 2t \ln (2\vartheta + t)(2\vartheta - t) - 2t \ln (4\vartheta + t)(4\vartheta - t) - 2t \ln (t + \tau)].$$

Um den Inhalt der Schleife, ε, zu finden, haben wir $\int_0^{2\vartheta} (y_3 - y_2)\, dG$ oder $G_0 \int_0^{2\vartheta} (y_3 - y_2)\, dt$

zu bilden. Diese Rechnung, die unschwer, aber etwas mühsam ist, ergibt:

$$\varepsilon = M \cdot \beta' \cdot (G_0 \vartheta)^2 \cdot 1{,}4467 = 3{,}331 \cdot \beta G^2{}_m F, \quad (13)$$

da ja $G_0 \vartheta$ die maximale Kraft darstellt.

§ 5. Bevor wir weitere Schlüsse daraus ziehen, wollen wir noch den zweiten Fall einer harmonischen Kraftfunktion durchrechnen. Einmal wird eine solche in Wissenschaft und Technik überwiegend auftreten; weiter gestattet sie in Verbindung mit dem Früheren einen Schluß auf den Einfluß der Kraftfunktion; dann erlaubt sie, im Gegensatz zu früherem, eine einfache Berechnung der stationären Hysteresisschleife, und endlich wird sie für die späteren Betrachtungen über elastisch schwingende Gebilde von Bedeutung.

Wir setzen also an:

$$y = \beta' G_m \int_0^{t_a} \frac{\sin 2\pi \frac{t}{T}}{t_a - t + \tau} dt. \quad (14)$$

Hier ist T die Dauer der Periode. Durch die Substitutionen: $z + t_a - t + \tau$ und $x = 2\pi \frac{z}{T}$ erhalten wir:

$$\left.\begin{aligned} y = \beta' G_m \cos\left[\frac{2\pi}{T}(t_a + \tau)\right] \int_{2\pi \frac{t_a + \tau}{T}}^{2\pi \frac{t}{T}} \frac{\sin x}{x} dx - \\ - \beta' G_m \sin\left[\frac{2\pi}{T}(t_a + \tau)\right] \int_{2\pi \frac{t_a + \tau}{T}}^{2\pi \frac{t}{T}} \frac{\cos x}{x} dx. \end{aligned}\right| \quad (15)$$

Wir zerlegen das erste Integral, wobei wir den Integralsinus $Si\, u = \int_0^u \frac{\sin x}{x} dx$ einführen, in $Si\left(2\pi \frac{\tau}{T}\right) - Si\left(2\pi \frac{t_a + \tau}{T}\right)$; ebenso verfahren wir mit dem zweiten Integral, wobei wir den Integralkosinus $Ci\, u = -\int_u^\infty \frac{\cos x}{x} dx$ benutzen, und erhalten dafür: $Ci\left(2\pi \frac{\tau}{T}\right) - Ci\left(2\pi \frac{t_a + \tau}{T}\right)$.

Nun ist, da $2\pi \frac{\tau}{T}$ in allen praktischen Fällen sehr klein wird, $Si\left(2\pi \frac{\tau}{T}\right) = 0$ und $Ci\left(2\pi \frac{\tau}{T}\right) = C + \ln\left(2\pi \frac{\tau}{T}\right)$, wo C die Eulersche Konstante $0{,}5772\cdots$ ist. Somit wird:

$$\left.\begin{aligned} y = \beta' G_m \left[\sin \frac{2\pi t_a}{T} Ci \frac{2\pi t_a}{T} - \right. \\ \left. - \cos \frac{2\pi t_a}{T} Si \frac{2\pi t_a}{T} - C' \sin \frac{2\pi t_a}{T}\right], \end{aligned}\right| \quad (16)$$

worin $C' = C + \ln 2\pi + \ln \frac{\tau}{T}$ bedeutet.

Zur Berechnung der spez. Hysteresisbreite an der Stelle verschwindender Kraft wird für zwei aufeinander folgende Äste $t_{a1} = nT$ und $t_{a2} = \left(n + \frac{1}{2}\right) T$, also $\sin \frac{2\pi t_{a1}}{T} = \sin \frac{2\pi t_{a2}}{T} = 0$; weiter $\cos \frac{2\pi t_{a1}}{T} = +1$; $\cos \frac{2\pi t_{a2}}{T} = -1$. Die Hysteresisbreite wird also:

$$\left.\begin{aligned} y_{n+1} - y_n = \beta' G_m \left[Si \frac{2\pi t_{a2}}{T} + \right. \\ \left. + Si \frac{2\pi t_{a1}}{T}\right] \\ = \beta' G_m \left[Si\, 2\pi \left(n + \frac{1}{2}\right) + \right. \\ \left. + Si\, 2\pi n\right]. \end{aligned}\right| \quad (17)$$

Ist nun n hinreichend groß, so wird $\lim_{\infty} Si\, 2\pi n = \frac{\pi}{2}$. Die spez. Hysteresisbreite B ist somit im stationären Zustand:

$$B_\infty = \left(\frac{y_{n+1} - y_n}{G_m}\right)_{n=\infty} = \pi \cdot \beta \cdot F. \quad (18)$$

Für die Periode $n = 1$ folgt aus (17) an Hand der Tabellen von Jahnke und Emde: $B_1 = 3{,}095 \cdot \beta F$. Also auch hier ist der stationäre Zustand fast erreicht.

§ 6. Bei der Berechnung der Hysteresisarbeit ε betrachten wir hier nur den stationären Zustand. Es wird dann $Ci \frac{2\pi t_a}{T} = (Ci\, 2\pi n)_{n=\infty} = 0$, und $Si \frac{2\pi t_a}{T} = \frac{\pi}{2}$. Damit geht (16) über in:

$$y = -\beta' G_m \left[\frac{\pi}{2} \cos \frac{2\pi t_a}{T} + C' \sin \frac{2\pi t_a}{T}\right]. \quad (19)$$

Wir führen, ebenso wie oben, eine neue Variable t ein durch:

$t_{a2} = \left(n + \frac{1}{4}\right) T + t$ für den oberen Ast,

$t_{a1} = \left(n + \frac{1}{4}\right) T - t$ für den unteren Ast der Schleife.

Also wird:

$$\left.\begin{aligned}\cos\frac{2\pi t_{a2}}{T} &= -\sin 2\pi\frac{t}{T}\\ \cos\frac{2\pi t_{a1}}{T} &= +\sin 2\pi\frac{t}{T}\\ \sin\frac{2\pi t_{a2}}{T} &= \sin\frac{2\pi t_{a1}}{T} = \cos 2\pi\frac{t}{T}.\end{aligned}\right\} \quad (20)$$

Wir erhalten für die Differenz der Deformationen an der Stelle t:

$$y_2 - y_1 = \pi\beta' G_m \sin\left(2\pi\frac{t}{T}\right). \quad (21)$$

Um den Inhalt der Schleife zu finden, haben wir diesen Ausdruck zu integrieren über

$$d\left(G_m \sin 2\pi\frac{t_a}{T}\right),$$

also wegen (20) über

$$d\left(G_m \cos 2\pi\frac{t}{T}\right),$$

und zwar in den Grenzen o und $-\frac{T}{2}$. Für den Inhalt ε finden wir:

$$\varepsilon = \int_0^{-\frac{T}{2}} (y_2 - y_1)\, d\left(G_m \cos 2\pi\frac{t}{T}\right) =$$

$$= \pi\beta' G^2_m \int_{-\frac{T}{2}}^{0} \sin^2\left(2\pi\frac{t}{T}\right) d\left(2\pi\frac{t}{T}\right)$$

$$\varepsilon = \frac{\pi^2}{2}\cdot\beta\cdot G^2_m F. \quad (22)$$

Wir stellen die bisherigen Resultate nochmals nebeneinander. Für

linear-period. Kraft: $B = 2{,}334\cdot\beta F$;
$\varepsilon = 3{,}331\cdot\beta G^2_m F$;

harmonisch-period. Kraft: $B = 3{,}142\cdot\beta F$;
$\varepsilon = 4{,}935\cdot\beta G^2_m F$.

Der Energieverlust ε ist in letzterem Falle wesentlich größer geworden, zeigt sich also von der Form der Kraftfunktion ziemlich stark abhängig. Allgemein läßt sich diese Abhängigkeit wohl kaum darstellen; für die Praxis dürften die oben behandelten Fälle genügen. Jedenfalls ist B und ε unabhängig von der Dauer T des Zyklus.

§ 7. Wir wollen nun die Größe ε in Beziehung zu der bei einer zyklischen Deformation von außen aufgewendeten Energie $\mathfrak{E}$ setzen, wobei wir uns auf den zweiten Fall einer harmonischen Kraftfunktion beschränken. Das System sei durch die Nachwirkungskoeffizienten β und γ, sowie den Formfaktor F charakterisiert und befinde sich in der Ruhelage. An ihm greife eine harmonische Kraft G an, die im ersten und dritten Viertel je die Arbeit A leiste, die sich dabei in elastische Energie verwandelt. Im zweiten und vierten Viertel wird diese Energie, wenigstens zum Teil, wiedergewonnen. Der Energieumsatz während einer vollen Periode beträgt also $2A = \mathfrak{E}$.

Die Größe A ergibt sich zu:

$$A = \int_0^{y_m} G\, dy,$$

wo y_m die Maximaldeformation bezeichnet. Nun ist nach (3) und (7)

$$G = \frac{y}{M\beta\gamma F}, \text{ und } y_m = M\beta\gamma G_m F;$$

also

$$\mathfrak{E} = 2A = \frac{2}{M\beta\gamma F}\int_0^{y_m} y\, dy = M\beta\gamma G^2_m F. \quad (23)$$

Der gesuchte Quotient $\frac{\varepsilon}{\mathfrak{E}}$ folgt deraus mit (22):

$$\frac{\varepsilon}{\mathfrak{E}} = \frac{\pi^2}{2M}\cdot\frac{1}{\gamma} = \frac{2{,}181}{\gamma} \quad (24)$$

(für harmonische Kraft).

Für eine linear-periodische Kraft ergäbe sich ein Koeffizient 1,446.

Also: Der Quotient aus verlorener Energie und gesamtem Energieumsatz ist durch die Nachwirkungskonstante γ eindeutig festgelegt und ihr umgekehrt proportional; er ist unabhängig vom Formfaktor F und von der Dauer der Periode, jedoch in gewissem Maße abhängig von der Art der Kraftfunktion.

Während die Hysteresis und ihre spez. Breite von der Größe β bestimmt wird, ist für den auch technisch wichtigen Ausdruck $\frac{\varepsilon}{\mathfrak{E}}$ die Größe γ maßgebend. Der Elastizitätsmodul E, in dem nach (6) nur das Produkt $\beta\cdot\gamma$ auftritt, vermag allein über Hysteresis und $\frac{\varepsilon}{\mathfrak{E}}$ nichts auszusagen; wohl aber lassen sich die Größen E, β, γ, B_∞, $\frac{\varepsilon}{\mathfrak{E}}$ in mannigfaltiger Weise verknüpfen, sobald zwei von ihnen bekannt sind.

§ 8. Die Bestimmung der Größe $\frac{\varepsilon}{\mathfrak{E}}$ läßt sich nun noch in anderer Weise durchführen, was für die Prüfung der Theorie wichtig ist. Wir wollen zu diesem Zweck das Ergebnis (24) auf eine selbständige Schwingung eines idealnachwirkenden Systems anwenden.

Es sei ein solches aus der Ruhelage heraus deformiert worden, wozu es der Arbeit A bedarf. Nun werde das System sich selber überlassen, wobei es in gedämpfte harmonische Schwingungen gerät. (Von einer Luftdämpfung sehen wir dabei ab.) Nun machen wir die später zu prüfende Annahme, daß der Energieverlust dieses Systems ausschließlich durch die Hysteresis hervorgerufen wird. Dann gilt hier, da $A = \frac{\mathfrak{E}}{2}$ ist:

$$\frac{\varepsilon_0}{A_0} = \frac{\varepsilon_1}{A_1} = \cdots = \frac{\pi^2}{M\gamma} = K;$$

die Indizes beziehen sich auf die Perioden, wobei wir mit der o ten beginnen. Die elastische Energie, die bei Beginn gleich A_0 war, ist nach einer Periode auf $A_1 = A_0 - \varepsilon_0 = A_0(1-K)$ gesunken. Nach der zweiten beträgt sie: $A_2 = A_1 - \varepsilon_1 = A_1(1-K) = A_0(1-K)^2$. Nach der $n$ten Periode wird also: $A_n = A_0(1-K)^n$. Also gilt allgemein:

$$\frac{A_{n+1}}{A_n} = 1 - K. \qquad (25)$$

Nun verhalten sich die Energien wie die Quadrate der maximalen Amplituden y. Also ist:

$$\frac{y_{n+1}}{y_n} = \sqrt{1-K};$$

oder wenn wir Logarithmen und für K seinen Wert einführen: (M = Modul)

$$\left.\begin{aligned} &\lg^{10} y_n - \lg^{10} y_{n+1} = \\ &= -\frac{1}{2M}\ln\left(1 - \frac{\pi^2}{M\gamma}\right) \approx \frac{\pi^2}{2M^2}\cdot\frac{1}{\gamma}. \end{aligned}\right\} \qquad (26)$$

Dieser Wert stellt also das logarithmische Dekrement der Schwingung dar, soweit die Dämpfung allein von der ideal-elastischen Nachwirkung herrührt. Damit gewinnt die Größe γ eine neue Bedeutung, indem sie in nahe Beziehung zur inneren Reibung fester Körper tritt. Zugleich haben wir eine neue Methode zur Bestimmung von γ in der Messung des logarithmischen Dekrements.

§ 9. Zur Bestimmung von β und γ haben wir nun vier Methoden, die wir kurz betrachten wollen.

a) Messung der Belastungskurve (Deformations-Zeitkurve). Nach (2) ergeben zwei Punkte die Größen β' und τ, also nach (5) und (7) β und γ. Die Eindeutigkeit des Ergebnisses hängt davon ab, ob die logarithmische Funktionalbeziehung (2) den Tatsachen gerecht wird. Das Experiment[1]) hat in den bisher untersuchten Fällen, wenigstens soweit die Resultate nicht durch Dauerdeformation entstellt waren, die Zulässigkeit ergeben; jedenfalls umso besser, je kürzer die Deformation war.

b) Messung der Entlastungskurve und des Elastizitätsmoduls. Die erstere liefert nach (1) aus einem einzigen Punkt die Größe β', bzw. β[1]). Die Eindeutigkeit des Ergebnisses hängt von der Gültigkeit des Superpositionsprinzips ab, die das Experiment bisher mit der gleichen Einschränkung wie oben bestätigt hat. Der Elastizitätsmodul ergibt nach (7) das Produkt $\beta\cdot\gamma$. Damit sind β und γ einzeln bekannt.

c) Messung der Schwingungsdauer und des Dekrements. Die Durchführung dieser Methode läßt sich auf verschiedene Weise bewirken. Am einfachsten gestaltet sie sich bei Verwendung eines elastischen Pendels, das der Schwerkraft entzogen ist und dessen Trägheitsmoment durch eine Zusatzmasse m rechnerisch bekannt ist. Die Direktionskraft ist dann einfach gleich $\frac{E}{F}$, wo F der errechnete Formfaktor. Also wird die Schwingungsdauer T:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{mF}{E}} = 2\pi\sqrt{m\cdot MF\beta\gamma}. \qquad (27)$$

Andrerseits ist das logarithmische Dekrement λ $\lambda = \lg^{10} y_n - \lg^{10} y_{n+1}$ aus (26) gegeben.

Man erhält somit:

$$\beta = \frac{M\lambda T^2}{2\pi^2 mF};\quad \gamma = \frac{\pi^2}{2M^2\lambda};\quad E = \frac{4\pi^2 mF}{T^2}. \qquad (28)$$

d) Messung der spezifischen Hysteresisbreite in Verbindung mit einer der andern Größen. Da man erstere in der Praxis wohl meistens mit stufenweise an- und absteigenden Kräften bestimmt, lassen sich die Formeln (11) und (18) nicht ohne weiteres verwenden. Schreibt man allgemeiner: $B_\infty = \text{Konst.}\ \beta\cdot F$, so ist die Konstante noch von der Wahl der Kraftfunktion abhängig, jedenfalls aber als bekannt anzusehen. In Verbindung mit dem Dekrement erhält man:

$$\beta = \frac{B_\infty}{\text{Konst.}\,F};\quad \gamma = \frac{\pi^2}{2M^2\lambda};\quad E = \frac{2\cdot\text{Konst.}\,M\lambda F}{\pi^2 B_\infty}. \qquad (29)$$

In Verbindung mit dem Elastizitätsmodul folgt:

$$\beta = \frac{B_\infty}{\text{Konst.}\,F};\quad \gamma = \frac{\text{Konst.}\,F}{MEB_\infty}. \qquad (30)$$

Die Methoden c und d enthalten die Annahme, daß die aus der Hysteresisschleife bestimmte Arbeit ganz auf Rechnung der elastischen Nachwirkung zu setzen ist. Das bedarf

1) K. Bennewitz, l. c., sowie eine noch nicht erschienene Arbeit von H. König.

1) K. Bennewitz, l. c. Beispiel 1.

offenbar noch eines experimentellen Beweises. Ja noch mehr; die vorliegende Literatur steht augenscheinlich im Widerspruch dazu. Wie bereits oben erwähnt, fanden Warburg und Heuse[1]) für hartes Neusilber, daß sich nur $^1/_{10}$ der Schleife auf Nachwirkung zurückführen lasse; bei Ebonit betrug der Faktor $^1/_2$.

Das führt dazu, daß sie zwischen Nachwirkung und Hysteresis grundsätzlich unterscheiden, was natürlich mit unserer Auffassung im Widerspruch stände.

Mit dieser Frage beschäftigt sich auch eine Arbeit von G. Masing[2]). Wie dieser bemerkt, liegen jedoch auf diesem Gebiet noch so wenig Beobachtungen von ausreichender Genauigkeit vor, daß die Frage als zurzeit noch offen zu betrachten ist. Insbesondere scheinen mir die Beobachtungsreihen der ersteren Arbeit so wenig in sich befriedigend, daß nur neue Versuche Aufschluß geben können.

2. Versuche.

§ 10. Zur Prüfung der Theorie hat man Ergebnisse am gleichen Material nach Methode a oder b mit solchen nach Methode c oder d zu vergleichen. Mit der Ausführung der ersteren beschäftigte sich auf meine Veranlassung Herr H. König[3]), dessen Resultate ich hier übernehme. Die Methode war die auch von mir verwandte, nur in verfeinerter Durchführung. Sie beruht auf der Messung der Durchbiegung einseitig horizontal eingespannter Drähte bei konstanter Belastung. Gemessen wurden Be- und Entlastungskurven. Die dabei zutage tretenden Abweichungen von der Theorie lassen sich anscheinend auf Dauerdeformationen zurückführen.

Von den Methoden c und d benutzte ich die erstere, also die Bestimmung des Dekrements, da die Messung der Hysterisschleife schwieriger ist. Gleichzeitig war mir daran gelegen, eine auch für die Technik brauchbare Meßmethode auszuarbeiten, die mit geringen Hilfsmitteln und schnell auszuführen ist. Aus dem Grunde sah ich auch von der Verwendung eines Vakuums ab.

Das Horizontalpendelgestell (Fig. 2) ist ganz aus bestem Schmiedeeisen hergestellt, und zwar aus Vierkantstäben vom Querschnitt 30×7,5 cm. Zwei dieser bilden ein liegendes T, dessen Längsschenkel 32,5 cm und dessen Querschenkel 30,0 cm lang ist. Beide sind miteinander verschraubt. Am Scheitelpunkt ist ein senkrechter Stab von 45,5 cm Höhe eingelassen und vernietet. Da dieser jedoch zu seitlichen Schwingungen neigte, wurde er durch einen zweiten T-trägerartig verstärkt. Er dient zur Befestigung des tragenden Fadens. Zur lotrechten Einstellung sind am Fuße zwei Stellschrauben und eine feste Nase vorgesehen.

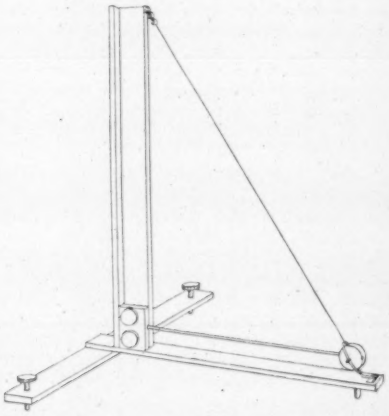


Fig. 2.

Am unteren Ende des horizontalen Stabes ist ein durch zwei Kordelschrauben anzuziehender Backen seitlich befestigt, der zur Aufnahme der zu messenden Drähte eine enge Rinne besitzt. Diese Drähte schwingen etwa 1 cm über dem Längsschenkel des Fußgestells, der am Ende eine verschiebbare Skala auf Milchglas besitzt.

Als schwingende Masse dient eine Kugel aus Messing von 2,20 cm Durchmesser; diese ist in zwei Hälften zerlegt, die durch seitliche Schrauben zusammengehalten werden. Auch sie tragen schwache Rinnen zur Einklemmung der Drähte. Die Kugel ruht in einem ringförmigen Messingbügel, der zwei Zapfen trägt, die in die Halbkugeln axial eingreifen. Dadurch wird erreicht, daß die Kugel in ihrem Mittelpunkt getragen wird und keine vertikalen Verbiegungen auftreten. Der Bügel ist mit einem dünnen Eisendraht am oberen Ende des Vertikalstabes befestigt. Um hier jede Reibung nach Möglichkeit zu vermeiden, wurde am oberen Ende des Tragdrahtes eine kleine Kette von wenigen Gliedern eingeschaltet, die in einer Öse am Traggestell hängt. Die hier auftretende rollende Reibung ist äußerst gering.

Die zur Veränderung des Aufhängepunktes

1) l. c.

2) G. Masing, Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. **21**, 686, 1919.

3) H. König, Dissertation, zurzeit noch nicht erschienen.

vorgesehene horizontale Verschiebbarkeit der Öse erwies sich als überflüssig.

Zur Ablesung trug der Bügel einen Zeiger, der über der Skala spielt. Infolge der schnellen Schwingungen (1 Doppelschwingung 0,5 bis 1,0 Sek.) ist die genaue Ablesung der Umkehrpunkte nicht ganz einfach. Die Schwierigkeit wurde dadurch behoben, daß der flach spielende Zeiger von 1,2 mm Breite am Ende schräg abgeschnitten wurde; dann wurde er mattiert und die Kante der Spitzenseite mit einem Messer abgeschabt. Bei geeigneter Beleuchtung erscheint nun ein leuchtender Strich, der auch bei schnellen Schwingungen eine exakte Ablesung unter der Lupe gewährleistet. Erst diese an sich geringfügige Verbesserung beseitigte jede Unsicherheit.

§ 11. Die Größe der Amplituden betrug höchstens 12 mm, bei Halbwertsmessungen 6 oder 4 mm von der Ruhelage. Unter diesen Umständen ist die Schwingung als völlig horizontal zu betrachten, was durchaus wesentlich ist. Versuche mit verlegtem Aufhängepunkt ergaben, daß zwar die Schwingungsdauer T dadurch nur unwesentlich verändert wird, wie sich auch rechnerisch ergibt. Bezeichnet δ die Größe der Verlegung des Aufhängepunktes, h seine Höhe und e die Länge des zu messenden Drahtes, so tritt für die Direktionskraft an Stelle von $\frac{E}{F}$ der Ausdruck $\frac{E}{F} + \frac{mg\delta}{lh}$ ein; für $\delta = 1$ cm wird dadurch T im Durchschnitt um etwa 1 Proz. verkleinert, wie auch der Versuch ergab. Für die Bestimmung des Dekrements ist dagegen die Wahl des Aufhängepunktes von wesentlicher Bedeutung. Es genügt, hierauf hinzuweisen, da die Verhältnisse anscheinend recht kompliziert sind. Im Fall des neutralen Aufhängepunktes und kleiner Schwingungen ist das Dekrement λ jedenfalls hinreichend konstant; andernfalls wird λ zu groß gefunden, nimmt aber mit kleiner werdendem Winkel asymptotisch auf den richtigen Wert ab. Bei sehr großer Abweichung aus der Normalstellung kann für größere Amplituden eine Konstanz von λ auftreten, die einen um das Vielfache zu hohen Wert λ vortäuscht. Bei Nachlassen der Schwingungen geht dieser jedoch schließlich auf den endgültigen Wert herab.

Die Benutzung zu kleiner Schwingungen (unterhalb 2 mm der Skala) hat sich als unbrauchbar erwiesen, da immer vorhandene Erschütterungen, sowie Luftströmungen das Pendel nie völlig zur Ruhe kommen lassen. Daß diese bei größeren Amplituden unter normalen Umständen (ruhiger, zugfreier Beobachtungsraum) keine Rolle spielen, wurde durch besondere Versuche nachgewiesen. Jedenfalls erfordert die Bestimmung von λ, gegenüber der von τ, etwas Vorsicht und mancherlei Kontrolle.

Was endlich die Nichtverwendung eines Vakuums angeht, so wurden darüber Vorversuche gemacht. Diese ergaben, daß wenigstens bei den stärker dämpfenden Materialien der Einfluß der Luftreibung und des Staudruckes völlig zurücktritt. Für Stoffe mit großem γ mag das nicht mehr richtig sein; da aber diese auch mit den Methoden a und b nur ungenau zu messen sind, hätten derartige Versuche für unsere Zwecke kaum sonderliches Interesse. Für die technische Praxis bedürfte die Methode wahrscheinlich einer Verbesserung durch ein Vakuum, wenn es sich um Messung stark federnden Materiales handelt.

Die Unterlassung geschah hier aus praktischen Gründen. Fast wichtiger als der Lufteinfluß erwies sich die Benutzung eines möglichst starren Gerüstes. Werden die Schwingungen merklich auf dieses übertragen, so findet natürlich in ihm ein Teil des Energieverlustes statt. Anfängliche Bedenken, daß daran die Messung überhaupt scheitere, haben sich als unzutreffend erwiesen. Das Gestell unterliegt zwar nach dem Prinzip von Wirkung und Gegenwirkung denselben Kräften, wie der schwingende Draht, jedoch sind die von ihm zurückgelegten Wege verschwindend klein. Schaltet man etwa eine Gummiplatte zwischen Draht und Klemmvorrichtung, so steigt λ beträchlich; ein Zeichen, daß die Bedingungen hier nicht mehr erfüllt sind. Besondere Versuche ergaben, daß das von mir benutzte Stativ keinen merklichen Fehler dieser Art hervorrief. Zu beachten ist dabei, daß die Klemmvorrichtung fest genug angezogen ist. Bei Metallen liegt hierin keine Schwierigkeit; bei spröden Körpern, wie Glas, muß man bis nahe an die Bruchgrenze gehen.

§ 12. Gemessen wurden Drähte, bzw. Stäbe von rundem Querschnitt. Ist r der Radius des letzteren, l' die Länge des Drahtes, gemessen vom Einklemmpunkte bis zur Oberfläche der Kugel, so gilt für den Formfaktor:

$$F' = \frac{4}{3\pi} \frac{l'^3}{r^4}. \qquad (31)$$

Hierbei ist jedoch noch zu berücksichtigen, daß die Kraft nicht am Ende von l', sondern im Mittelpunkte der Kugel angreift. Dies erfordert eine nicht zu vernachlässigende Korrektur, die wir folgendermaßen berechnen.

Es sei (Fig. 3): B der Einklemmpunkt, A der Mittelpunkt der Kugel, C ihre Oberfläche; $AB = l$, $CB = l'$; das Stück AC ist als starr anzusehen, CB als elastisch; AC sei klein gegen CB.

Fig. 3.

In A bewirke eine Kraft K eine Deformation y. Wird AB als Hebel betrachtet, so läßt sich K durch eine Kraft K' in C ersetzen, so daß $K' = K\frac{l}{l'}$. K' bewirkt eine elastische Deformation (nach 3.) y'; also $K' = \frac{E}{F'}y'$, worin sich E' auf die wahre elastische Länge bezieht und durch (31) gegeben ist.

Die durch K hervorgerufene Form des Stabes unterscheidet sich von der wahren elastischen Kurve außerordentlich wenig. Aus der Gleichung der letzteren folgt:

$$y' = y\left[1 - \frac{3}{2}\cdot\frac{l-l'}{l} + \frac{1}{2}\left(\frac{l-l'}{l}\right)^3\right].$$

Damit wird genähert:

$$K = \frac{l'}{l}K' = \frac{E}{F'}\left(\frac{l'}{l}\right)^2\frac{3l'-l}{2l'}y.$$

Andererseits ist die gesuchte Größe F definiert durch:

$$K = \frac{E}{F}y.$$

Aus den beiden letzten Gleichungen folgt:

$$F = F'\left(\frac{l}{l'}\right)^2\frac{2l'}{3l'-l};$$

und mit (31):

$$F = \frac{8}{3\pi r^4}\cdot\frac{l'^2\cdot l^2}{(3l'-l)}. \qquad (32)$$

Das ist der gesuchte Formfaktor, der die Starrheit des Stückes AC unseres Stabes berücksichtigt. An Stelle dieser für unsere Anordnung durchaus erforderlichen Rechnung hätte experimentell C und A leicht zusammengelegt werden können.

§ 13. Nachdem einmal die Bedingungen für die Konstanz des logarithmischen Dekrements λ erkannt und erfüllt waren, erwies es sich als bequemer, statt λ die Halbwertszeit ϑ zu bestimmen. Die gemessene Amplitude ging dabei von 4 mm auf 2 mm, bezogen auf die genau eingestellte Ruhelage o. Ist p die Zahl der stattgehabten Doppelschwingungen, so ist:

$$\lg y_n - \lg y_{n+p} = p\lambda.$$

Andererseits ist:

$$p = \frac{t_{n+p}-t_n}{T},$$

wenn T die Schwingungsdauer ist.

Also wird:

$$\lambda = \frac{\lg y_n - \lg y_{n+p}}{t_{n+p}-t_n}\cdot T;$$

oder für die Halbwertszeit ϑ:

$$\lambda = \frac{\lg 2}{\vartheta}\cdot T = 0{,}3010\,\frac{T}{\vartheta}. \qquad (33)$$

Neben dem absoluten Elastizitätsmodul E wurde der technische Modul E_t berechnet, um einen Vergleich mit den Literaturangaben zu ermöglichen. Es ist:

$$E_t = E\cdot\frac{1}{9{,}81}\cdot 10^{-7}. \qquad (34)$$

Somit ergeben sich zur Berechnung von β, γ, E und E_t die Gleichungen (mit 28):

$$\left.\begin{aligned}
\beta &= \frac{M\lg 2}{2\pi^4}\cdot\frac{T^3}{mF\vartheta} = 3{,}558\cdot 10^{-3}\,\frac{T^3}{mF\vartheta},\\
\gamma &= \frac{\pi^2}{2M^2\lg 2}\cdot\frac{\vartheta}{T} = 3{,}092\cdot\frac{\vartheta}{T},\\
E &= 4\pi^2\cdot\frac{mF}{T^2} = 39{,}48\cdot\frac{mF}{T^2},\\
E_t &= \frac{4\pi^2\cdot 10^{-7}}{9{,}81}\cdot\frac{mF}{T^2} = 4{,}024\cdot 10^{-7}\,\frac{mF}{T^2}.
\end{aligned}\right\} \qquad (35)$$

Die Dicke der Stäbe wurde so gewählt, daß bei einer Länge von 15 bis 22 cm ein T von 0,4 bis 1,0 Sek. resultierte. Bei schnelleren Schwingungen kann sich bereits die Luftdämpfung bemerkbar machen, bei langsameren tritt eine Durchbiegung in der Ruhelage allmählich in Erscheinung.

Die Masse m_0 der schwingenden Kugel, einschließlich des Aufhängebügels, betrug 44,23 g. Hierzu kommt als nicht zu vernachlässigende Korrektur m' ein Drittel der Masse des elastischen Stabes. Also ist:

$$\left.\begin{aligned}
m &= m_0 + m' = m_0 + \frac{\pi}{3}lr^2\sigma;\\
&(r \text{ Radius, } \sigma \text{ spezifisches Gewicht}).
\end{aligned}\right\} \qquad (36)$$

§ 14. Wir geben nun, nachdem alle Korrekturen erledigt sind, in Tabelle I die Meßresultate einer Reihe von Stoffen, die in völlig ausgeruhtem Zustand erhalten wurden.

Es bedeuten:

l freie Länge des Stabes,
r Radius des Stabes,
F reduzierter Formfaktor,
m reduzierte Masse des Pendels,
T Schwingungsdauer,
ϑ Halbwertszeit,
E_t techn. Elastizitätsmodul,
β 1. } Konstante der elastischen Nachwirkung.
γ 2. }

Alle Angaben beziehen sich auf Zimmertemperatur.

Tabelle I.

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.
	l'	r	E	m	γ'	ϑ	E_t aus Schwingung	E_t aus Retardation	E_t aus Literatur	γ aus Dekrement	γ aus Meth. a) und b)	β aus Dekrement	β aus Meth. a) und b)
Glas (gewöhnlich)	16,90	0,068	$1{,}119 \cdot 10^{-8}$	44,45	0,595	39,5	5650	5685	$\left\{\begin{matrix}5500\\6810\end{matrix}\right.$	204	228	$3{,}84 \cdot 10^{-15}$	$3{,}46 \cdot 10^{-15}$
„ „	17,20	0,065	$1{,}113 \cdot 10^{-8}$	44,45	0,664	43,8	5720	5700	„	204	228	$3{,}79 \cdot 10^{-15}$	$3{,}46 \cdot 10^{-15}$
Aluminium	19,63	0,0635	$2{,}374 \cdot 10^{-8}$	44,47	0,784	55,0	6600	—	$\left\{\begin{matrix}6300\\7500\end{matrix}\right.$	216	230	$3{,}10 \cdot 10^{-15}$	$2{,}91 \cdot 10^{-15}$
Chrommickel, geglüht	19,55	0,0490	$6{,}33 \cdot 10^{-8}$	44,59	0,794	84,8	18000	18230	20800	330	—	$0{,}745 \cdot 10^{-15}$	—
Kupfer	20,14	0,0735	$1{,}359 \cdot 10^{-8}$	45,30	0,450	54,8	12220	12590	10400	378	400	$0{,}995 \cdot 10^{-15}$	$0{,}905 \cdot 10^{-15}$
Konstantan	20,34	0,051	$6{,}00 \cdot 10^{-8}$	44,73	0,862	139,3	14500	14350	16600	500	—	$0{,}610 \cdot 10^{-15}$	—
Nickel	19,44	0,050	$5{,}60 \cdot 10^{-8}$	44,70	0,720	142,0	19420	19990	$\left\{\begin{matrix}20000\\22000\end{matrix}\right.$	610	—	$0{,}373 \cdot 10^{-15}$	—
Messing	19,21	0,0747	$1{,}111 \cdot 10^{-8}$	45,24	0,437	119,0	10060	10790	$\left\{\begin{matrix}8000\\10000\end{matrix}\right.$	842	740	$0{,}495 \cdot 10^{-15}$	$0{,}564 \cdot 10^{-15}$
Stahl, ungehärtet	19,30	0,050	$5{,}61 \cdot 10^{-8}$	44,66	0,748	209,5	18000	18450	~ 20000	866	—	$0{,}284 \cdot 10^{-15}$	—

Aus Spalte 7 und 8 geht hervor, daß die Methoden bezüglich des Elastizitätsmoduls innerhalb der Fehlergrenzen gleichwertig sind. Die Abweichungen betragen maximal $2^1/_2$ Proz.; ob ein systematischer Fehler vorliegt, läßt sich schwer entscheiden; ev. könnte das Trägheitsmoment durch Unsymmetrien etwas fehlerhaft sein.

Von eigentlichem Interesse für uns ist der Vergleich der Spalten 10 und 11, bzw. 12 und 13. Wenn auch nur wenig Material nach Methode a) und b) vorliegt und auch schwer genügend genau zu erbringen ist, weil die direkte Beobachtung der Nachwirkung bei großem γ schwierig ist, geht aus dem Vorhandenen zur Genüge hervor, daß der bei weitem größte Teil der Dämpfung auf elastische Nachwirkung, nicht auf sog. Reibung zurückzuführen ist. Es scheint vielmehr, als wenn auch der verbleibende Rest auf die Ungenauigkeiten der Versuche zurückzuführen ist.

Unser Ergebnis steht somit im Gegensatz zu demjenigen von Warburg und Heuse. Wir formulieren das Ergebnis:

Im festen Körper ist die z. B. in Form von Dämpfung beobachtete Reibung und der damit verbundene Energieverlust zum überwiegenden Teil, wenn nicht vollständig, auf Kosten der elastischen Nachwirkung zu setzen, wenigstens solange man sich im Gebiet der reinen Nachwirkung befindet.

Die Tabelle ist nach steigendem γ geordnet; dem entspricht keineswegs eine einsinnige Veränderung des Elastizitätsmoduls; eine allgemeine Beziehung zwischen beiden ist nicht ersichtlich. Auch β zeigt keinen Zusammenhang mit E. Damit ist die Berechtigung der Zerlegung von E in β und γ nachgewiesen.

§ 15. Bevor wir aus dem Ergebnis allgemeine Schlüsse ziehen, wollen wir noch eine andere Eigenschaft von β und γ betrachten.

Unterwirft man einen solchen Stab kurz vor der Messung einer Deformation, die die Grenze der reinen Nachwirkung überschreitet, etwa indem man ihn mehrmals über eine Kante zieht und danach wieder richtet, so beobachtet man, während sein E nicht oder nur wenig verändert ist, eine starke Veränderung von γ und β. γ ist dann anfangs gesunken, mitunter bis auf die Hälfte seines Ruhewertes, β dementsprechend gestiegen. Diese Größen sind aber nicht konstant, sondern gehen anfangs schnell, später langsam auf ihren normalen Wert zurück, den sie im Laufe von 1 bis mehreren Tagen wieder erreichen. Wir haben hier zweifellos den Vorgang der Rekristallisation vor uns, der sich mit der angegebenen Methode leicht beobachten läßt.

Ich gebe in folgendem zwei Beispiele dafür.

Tabelle II.

Aluminium			Kupfer		
Zeit (Stdn.)	γ	β	Zeit (Stdn.)	γ	β
0	120	$5{,}56 \cdot 10^{-15}$	0	272	$1{,}330 \cdot 10^{-15}$
0,5	154	$4{,}35 \cdot 10^{-15}$	0,5	300	$1{,}207 \cdot 10^{-15}$
1,5	180	$3{,}72 \cdot 10^{-15}$	1,5	329	$1{,}100 \cdot 10^{-15}$
13,5	214	$3{,}13 \cdot 10^{-15}$	14,0	365	$0{,}991 \cdot 10^{-15}$
22,5	218	$3{,}08 \cdot 10^{-15}$	43,0	378	$0{,}958 \cdot 10^{-15}$

Fig. 4 zeigt das Verhalten von Aluminium kurvenmäßig; der Anstieg erweist sich als durchaus regelmäßig. Das Bild wiederholt sich bei allen untersuchten Substanzen; nur ist zu bedenken, daß spröde Materialien, wie Glas oder gehärteter Stahl eine solche Vorbehandlung nicht vertragen, ohne zu brechen. Bei diesen ist denn auch γ und β viel konstanter.

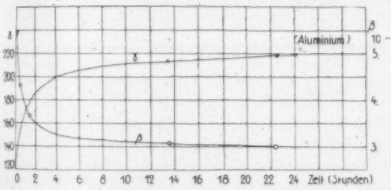


Fig. 4.

Von Bedeutung scheint die Frage, ob für γ ein oberer, bzw. für β ein unterer Grenzwert überhaupt asymptotisch erreicht wird. Nach Fig. 4 hat es den Anschein, als ob das nicht der Fall ist. Das liegt aber durchaus im Wesen der Sache; grundsätzlich sollte die Rekristallisation ihr Ende erst dann erreichen, wenn der ganze Körper einen einheitlichen Kristall bildet; dann aber würde γ unendlich oder zum mindesten sehr groß sein. Zu unseren bisherigen Betrachtungen steht das nicht im Widerspruch, da dieser Vorgang im allgemeinen ungeheure Zeiten in Anspruch nehmen würde. Wie wir aber anfangs betonten (Gl. 4 und 6), gelten unsere Ansätze nur für Vorgänge zeitlich beschränkter Dauer. Für einen einigermaßen „ausgeruhten" Körper ist γ als Konstante zu betrachten, wenigstens für die Dauer einer Messung.

Für unseren oben verfolgten Zweck ist dies Verhalten insofern störend, als das Material zwischen den zwei Vergleichsmessungen seine Eigenschaften z. B. durch das Einspannen verändern kann. Gas neigt dazu wenig; die erhaltenen Werte sind infolgedessen zuverlässiger, als die von Aluminium, das besonders grobkristallin ist. Bei Kupfer scheinen die Verhältnisse günstiger zu liegen.

Von starkem Einfluß auf γ und β ist natürlich die Herstellungsart des untersuchten Körpers; und zwar in weit höherem Maße als auf dem Elastizitätsmodul. Frisch gezogene Aluminiumstäbe zeigten eine Verdopplung von γ. Somit gestattet die Dämpfungsmethode eine sehr empfindliche Untersuchung des jeweiligen Bearbeitungszustandes. Eine systematische Behandlung dieser Fragen wurde in dieser Arbeit nicht angestrebt, so daß wir auf weitere diesbezügliche Angaben verzichten wollen.

Allgemeine Schlußfolgerungen.

§ 16. Wir glauben nachgewiesen zu haben, daß die in einem elastischen Körper auftretende Dämpfung der Schwingungen vollständig oder wenigstens überwiegend auf dieselben Ursachen zurückzuführen ist, die die elastische Nachwirkung hervorrufen. Die übliche Erklärungsweise der Dämpfung durch eine der Geschwindigkeit proportionale Reibungskraft läßt sich dann aber nicht mehr aufrecht erhalten, auch wenn sie formal zu der Konstanz des Dekrements führt.

Eine solche Erklärungsweise ist vor einiger Zeit von H. v. Wartenberg[1]) versucht worden; sie geht davon aus, daß die in Kristalliten (Metallen) vorhandenen Gleitflächen aneinander reiben und dadurch den Rückgang der Deformation stark verlangsamen. Daß solche Gleitflächen existieren, ist durch die schönen Versuche von H. Mark, M. Polanyi und E. Schmidt[2]) außer Frage gestellt. Daß sie aber für die Nachwirkung von wesentlicher Bedeutung sind, ist schon deshalb zu bezweifeln, da sie an dem stark nachwirkenden Glase fehlen. Überhaupt scheint das Auftreten von Gleitebenen erst jenseits der Elastizitätsgrenze merklich zu werden, so daß man sie eher mit der Dauerdeformation in Verbindung bringen kann.

Dann aber wird durch eine Reibungstheorie die Hysteresis keineswegs erklärt. Dieser, sowie der erste Eindruck ist Herrn v. Wartenberg nun nicht entgangen. Dementsprechend muß er die Hysteresis auf eine völlig andere Ursache zurückführen, wobei er auf die von E. Warburg vertretene Ansicht zurückgreift, daß die Molekularmagnete verschiedene stabile Gleichgewichtslagen besitzen. Demgegenüber haben wir gezeigt, daß zwischen beiden Erscheinungen,

1) H. v. Wartenberg, Verh. d. D. Phys. Ges. **20**, 113, 1918.
2) Zeitschr. f. Phys. **12**, 58—116, 1922.

Nachwirkung und Hysteresis, sehr enge Beziehungen bestehen, die sich rein rechnerisch ergeben.

Des weiteren ist mit der Reibungsauffassung der auch von v. Wartenberg erwähnte Umstand der Superposition von entgegengesetzten Deformationen nicht gut vereinbar. Zur Not könnte man eine einmalige Umkehr dadurch erklären, daß man zwei verschiedenartig angeordnete Gruppen von Gleitebenen annähme, deren je eine der Hin- und Herdeformation entspräche. Nun lassen sich aber auch mehr Deformationen superponieren. Das erkennt man am besten aus folgendem: Ein elastischer Körper möge sich auf seiner Entlastungskurve befinden und werde dabei durch einen Stoß plötzlich in so starke Schwingungen versetzt, daß er weit über die Ruhelage hinausschwingt. Nachdem diese Schwingungen abgeklungen sind, beobachtet man, daß er seine frühere Entlastungskurve weiterbeschreibt, als wenn der Stoß nicht stattgefunden hätte. Nach mechanischen Analogien sollte man erwarten, daß eine solche Störung den Rückgang in die Ruhelage erheblich begünstigt. Das Auftreten immer neuer Gleitbahnen für jede neue Deformation ist aber wohl kaum vertretbar.

Versucht man endlich den Vorgang mit Hilfe von Reibungskräften mathematisch darzustellen, so gerät man in ziemliche Schwierigkeiten. Setzt man etwa die Gleichung einer gedämpften periodischen Schwingung mit der Reibungskraft $k\,\frac{dy}{dt}$ an, um eine Schwingung eines elastischen Systems darzustellen, so erhält man für k einen bestimmten Wert k'. Stellt man andrerseits die Gleichung einer aperiodisch gedämpften Schwingung auf, um die Entlastungskurve desselben Systems zu beschreiben, so kommt man zu einem völlig anderen Wert k''. Ein an Glas durchgerechneter Fall lieferte z. B.: $k' = 0.63$, $k'' \sim 524000$. Dabei ist zu bemerken, daß sich die Entlastungskurve gar nicht durch eine einzige e Funktion darstellen läßt (obiger Wert gibt nur den Anfang), eine Summe von solchen mit verschiedenen Parametern physikalisch aber schwer verständlich ist.

§ 17. Aus diesen Überlegungen geht hervor, daß eine Erklärung der Nachwirkung durch Reibung absolut unbefriedigend bleibt. Wir stehen nach unseren Ergebnissen vielmehr auf dem umgekehrten Standpunkt: Die innere Reibung fester elastischer Körper (innerhalb der Elastizitätsgrenze) ist durch die Erscheinung der Nachwirkung zu erklären.

Ein elastisches Pendel möge Schwingungen ausführen und dabei den Punkt y auf dem Hin- und Rückgang durchlaufen. Nach den Ausführungen des 1. Abschnittes ist dann die elastische Kraft in y im ersten Falle immer größer als im zweiten. Dieser Umstand deckt nach Abschnitt 2 gerade den Energieverlust einer Schwingung. Die Bewegungsgleichung unseres Pendels ist dann also nicht durch ein Dämpfungsglied charakterisiert, sondern wäre folgendermaßen zu gewinnen. Man hätte unsere Ausgangsgleichung $y = \beta F \int_0^{ta} \frac{G\,dt}{ta - t + \tau}$ nach φ aufzulösen, d. h. $G = \varphi(y(t))$ zu bilden und zu setzen: $m\,\frac{d^2y}{dt^2} = \varphi(y(t))$. Dieser direkte Weg ist zwar in Strenge nicht gangbar, da sich die Integralgleichung nicht ohne weiteres lösen läßt. Man kann diese Schwierigkeit in der im 1. Abschnitt beschriebenen Weise für einen speziellen Fall umgehen, was auf dasselbe hinausläuft. Wir haben es hier also nicht nötig, zu zeigen, daß bei der Durchführung des zuletzt angegebenen Weges ein scheinbar von einer Reibung herrührendes Dämpfungsglied $k\,\frac{dy}{dt}$ auftritt, daß dieses aber tatsächlich eine ganz andere physikalische Bedeutung besitzt.

§ 18. Auf Grund dieser Überlegungen wollen wir nun versuchen, ein wenn auch nur qualitatives Bild der in Frage stehenden Vorgänge zu entwerfen.

Ein Körper möge einige Zeit hindurch sich selbst überlassen und keinen äußeren Kräften unterworfen sein. Dann lassen sich drei Arten von Zuständen unterscheiden:

1. Der amorphe Zustand.
2. Der kristallisierte Zustand.
3. Der kristallinische Zustand.

Von diesen ist nur der zweite wirklich stabil; beschränken wir uns jedoch auf eine kürzere Zeit, etwa die Meßdauer, so dürfen wir auch die beiden anderen als pseudostabil betrachten. Übrigens besteht keine scharfe Abgrenzung zwischen 1 und 3.

Es greife nun in irgendeinem Volumenelement eine äußere Kraft an, wobei es gleichgültig ist, ob es sich um Dilatation, Kompression oder Torsion handelt. Jedenfalls sei die Deformation so klein, daß die Elastizitätsgrenze nicht überschritten wird. Im Falle 1, also im amorphen Zustand, äußert sich die Deformation darin, daß das Pseudogleichgewicht mehr oder weniger gestört wird. Es entstehen lokale Potentialverschiebungen sowohl im positiven, wie im negativen Sinne, die unregelmäßig verteilt sind. Moleküle, die sich an Stellen ersterer Art befinden, werden die Tendenz bekommen,

Stellen letzterer Art aufzusuchen. Dieser Vorgang, den wir als eine innere Sublimation aufzufassen haben, wird durch die thermische Agitation beeinflußt und ist der Statistik unterworfen. Der Ausgleich wird anfangs schnell, später langsamer vor sich gehen, im allgemeinen aber erst in sehr langer Zeit vollendet sein. Wird nun währenddessen nicht die äußere Kraft, sondern die Deformation konstant gehalten, so wird die anfangs bewirkte Gegenkraft allmählich abnehmen. Die dabei eintretende Abnahme von potentieller Energie wird sich in einer Erwärmung des Körpers äußern. Diese Wärme tritt also nicht eigentlich durch die ursprüngliche Deformation auf, sondern durch den Ausgleichsprozeß.

Wird nun der äußere Zwang nach nicht zu langer Zeit aufgehoben, so haben inzwischen nur wenige Molekeln ihre anfänglichen Plätze verlassen. Alle übrigen haben die Tendenz, ihre frühere Konstellation wieder einzunehmen. Die Lage hat sich nun gegen vorher gerade umgekehrt; an den neubesetzten Stellen wird das Potential steigen und die Wanderungstendenz der vagabundierenden Moleküle ist nunmehr nach ihren verlassenen Plätzen hin gerichtet. Ob dabei Vertauschungen stattfinden, hängt von der Größe und Dauer der Deformation ab; im allgemeinen werden die Wege nur äußerst klein sein, so daß im wesentlichen der Anfangszustand im Laufe der Zeit wieder erreicht wird.

Damit haben wir einen ideal nachwirkend verlaufenden Prozeß in einem amorphen Körper beschrieben. Die Größe der Deformation und ihre Dauer bestimmen den ganzen Vorgang eindeutig. Auch das Superpositionsprinzip ist leicht verständlich; einerseits sind Hin- und Rückgang dynamisch einander äquivalent; andrerseits haben wir in der Zahl, Größe, Anordnung und Dichte der „Sublimationsnester" hinreichend Variable, um Überlagerungen verstehen zu können. Die Vorstellung reibender Gleitebenen umfaßt dagegen nur die Größe der Scherung als freie Veränderliche.

Lassen wir die Deformation nun die Elastizitätsgrenze überschreiten, so werden die vagabundierenden Moleküle so stark überhandnehmen, daß für einen reversiblen Rückgang nicht mehr genügend viel konservative Kraftzentren vorhanden sind: Dauerdeformation. Das Gleiche tritt ein, wenn die Deformation eine gewisse Zeit überschreitet; es haben dann nach und nach so viele Platzwechsel stattgefunden, daß ein Zurückgehen nicht mehr möglich ist.

Daß mit zunehmender Temperatur der Austausch schneller stattfindet, bedarf kaum noch einer Erklärung; es ist die notwendige Folge unserer Auffassung; die innere Sublimation steigt mit der Temperatur entsprechend dem Dampfdruck. Damit haben wir sogar eine quantitative Beziehung vorausgesehen. Streng genommen haben wir übrigens die Verdampfungsgeschwindigkeit einzuführen; da diese aber dem Dampfdruck proportional[1]) verläuft, durften wir den obigen Satz aussprechen.

§ 19. Die im vorigen Puragraphen dargestellten Vorgänge beziehen sich auf den amorphen Körper; im Einkristall ist das Bild ganz anders. Hier ruft eine Deformation zwar ebenfalls Spannungen hervor; diese führen jedoch, jedenfalls unterhalb der Elastizitätsgrenze, niemals zu solchen Potentialverschiebungen, daß eine Tendenz zum Vagabundieren auftritt. Diese Behauptung bedürfte natürlich eines Beweises, der wahrscheinlich nicht ganz einfach zu erbringen ist; sie erscheint mir aber so einleuchtend, daß man wohl kaum an ihrer Richtigkeit zu zweifeln braucht. Dementsprechend hat der Einkristall auch keine wahrnehmbare Nachwirkung, wenigstens keine solche, die mit der der amorphen Körper kommensurabel wäre. Nicht ausgeschlossen scheint es jedoch, daß bei Kristallen eine Nachwirkung höherer Ordnung auftritt, die dann von den Bahnen der Elektronen herrühren würde. Wie weit eine solche existiert und nachweisbar ist, darüber kann heute noch nichts ausgesagt werden.

Oberhalb der Elastizitätsgrenze ist die innere Spannung des Kristalls soweit gewachsen, daß ein Bruch eintritt. Bis zu diesem Punkte sind vagabundierende Moleküle nicht aufgetreten; an der nunmehr entstandenen freien Oberfläche kann jedoch die Sublimation einsetzen, die aus Gründen der Oberflächenspannung sogar nötig wird. Die getrennten Flächen ändern dabei ihre Konstitution so durchgehend, daß ein Wiederverschmelzen bei Annäherung jedenfalls nicht ohne weiteres eintritt.

Nun ist es aber eine bekannte Erscheinung, daß bei geeigneter Druckerhöhung und genügend hoher Temperatur auch unterhalb der Schmelztemperatur solche Risse im Kristall verschwinden können. Auch hier ist es wieder ein Sublimationsprozeß, der die Verschmelzung herbeiführt. Dieser Vorgang führt uns nun zur dritten Form, den kristallinischen Körpern.

§ 20. Diese interessieren vom Standpunkt der Nachwirkung am meisten, insofern sie die meisten der technisch verwendeten Materialien, insbesondere Metalle umfassen. Sie bestehen aus regelmäßigen Kristallen, die zum Teil in ihrer Begrenzung degeneriert und durch Verschmelzstellen aneinandergeheftet sind. Somit

1) M. Knudsen, Ann. d. Phys. **47**, 697, 1915; K. Bennewitz, Ann. d. Phys. **59**, 193, 1919.

weisen sie die Merkmale der beiden anderen Formen gemeinsam auf. Ihre elastische Nachwirkung kann nach Obigem nur in die Verschmelzstellen verlegt werden. Da aber die unregelmäßigen Kristallite äußerst verschiedenartige Bedingungen schaffen, so ist das Bild der Nachwirkung an solchen kristallinen Gefügen häufig recht verwickelt nnd zeigt die einfachen Gesetze der amorphen Körper nur mehr oder weniger scharf. Im großen treffen die Betrachtungen, die wir über letztere angestellt haben, auch hier zu; daneben spielt aber die Größe und Form der Kristallite eine wichtige Rolle.

Die oben erwähnten Untersuchungen Herrn Königs bringen dafür einiges Material. Während Gläser sich äußerst einfach zu verhalten pflegen, zeigt z. B. Aluminium ein wesentlich komplizierteres Verhalten, wohl infolge seiner abnorm großen Kristallite. Kupfer gehört wieder zu den einfacheren Beispielen. Ich unterlasse an dieser Stelle ein weiteres Eingehen auf diese Fragen, um der Veröffentlichung nicht vorzugreifen.

Jedenfalls scheint das hier entwickelte Bild den Beobachtungen in weitem Maße gerecht zu werden. Denn nicht nur die Nachwirkung und die Hysteresis, sondern auch die innere Reibung wird dadurch auf den elementareren Vorgang der Rekristallisation zurückgeführt. Von dieser wissen wir aber dank der neueren Arbeiten von Volmer[1]), Polanyi[2]), Masing[3]), Alterthum[4]) u. a. schon recht Erhebliches; insbesondere fügt sie sich dem Kapitel der Thermodynamik und der Kinetik ein.

So wäre die Möglichkeit eines mathematischen Ansatzes durchaus gegeben, der in seiner einfachsten Form voraussichtlich zu der von uns an die Spitze gesetzten Gleichung führen, in seiner weiteren Vertiefung aber zu weiteren Aufschlüssen über die Natur der festen Körper verhelfen dürfte.

Zusammenfassung.

1. Den Ausgangspunkt bildet eine in einer früheren Arbeit aufgestellte empirische Beziehung zwischen der Deformation eines idealnachwirkenden Körpers und der auf ihn wirkenden (ev. zeitlich veränderlichen) Kraft. Durch Beschränkung auf nicht extrem kurze oder lange Zeiten erhält die Gleichung zwei Größen β und γ, die als „Konstanten der elastischen Nachwirkung" bezeichnet werden und Materialkonstanten sind. Ihr Produkt ist dem Elektrizitätsmodul reziprok.

2. Die Gleichung wird auf die Fälle 1) einer linear-periodisch 2), einer harmonisch wirkenden Kraft angewandt.

3. In beiden Fällen wird eine Hysteresisschleife erhalten, die folgende Eigenschaften besitzt:

a) Inhalt und Form der Schleife nähern sich asymptotisch einer Grenzkurve; der Inhalt hat seinen Grenzwert bereits nach wenigen Zyklen praktisch erreicht; die Form nähert sich ihm etwas langsamer.

b) Spez. Hysteresisbreite und Inhalt der Schleife sind von der Dauer der Periode unabhängig.

Die beiden für eine Hysteresis charakteristischen Eigenschaften sind also erfüllt.

4. Bei einem Zyklus ist der Quotient aus verlorener Energie und gesamtem Energieumsatz durch die Nachwirkungskonstante γ eindeutig festgelegt und ihr umgekehrt proportional; er ist unabhängig vom Formfaktor und von der Dauer der Periode, jedoch in gewissem Maße abhängig von der Art der Kraftfunktion.

5. Die spez. Hysteresisbreite ist allein Funktion von β, der Schleifeninhalt desgleichen; natürlich hängen beide noch vom Formfaktor ab.

6. Für die selbständige elastische Schwingung eines nachwirkenden Systems wird eine Beziehung zwischen dem logarithmischen Dekrement der Schwingung und der Konstante γ aufgestellt, die die Annahme enthält, daß die Dämpfung lediglich von der elastischen Nachwirkung herrührt.

7. Diese Annahme wird einer Prüfung unterzogen, indem γ sowohl direkt, als auch durch das Dekrement bestimmt wird. Die verschiedenen Methoden werden diskutiert; insbesondere wird eine einfache, auch für technische Zwecke brauchbare Methode zur Bestimmung des Dekrements ausgearbeitet.

8. Das Experiment liefert eine innerhalb der Versuchsfehler liegende Übereinstimmung der Konstanten β und γ nach den verschiedenen Methoden.

9. Daraus wird gefolgert, daß die obige Annahme berechtigt ist: Die innere Dämpfung eines elastischen Systems ist vollständig durch die ideale Nachwirkung veranlaßt.

10. Nach Deformationen, die die Elastizitätsgrenze weit überschreiten (Knickung), tritt eine vorübergehende Abnahme von γ, bzw. Zunahme von β auf, die im Laufe längerer Zeit (Tage) asymptotisch wieder verschwindet. Der Elastizi-

1) M. Volmer, Phys. Zeitschr. **22**, 646, 1921; Zeitschr. f. Phys. **9**, 193, 1921; ib. **7**, 1 und 13, 1921.

2) M. Polanyi, Zeitschr. f. Elektrochem. **28**, 16, 1922.

3) G. Masing, Wiss. Veröff. d. Siemens-Konz. I, 31, 1922, Heft 3.

4) H. Alterthum, Zeitschr. f. Elektrochem. **28**, 347, 1922.

tätsmodul wird durch solche Behandlung nicht merklich geändert.

11. Auf Grund dieser Ergebnisse wird eine Erklärung der Nachwirkungserscheinung gegeben, die nicht, wie üblich, von einer inneren Reibung ausgeht, sondern eine innere Sublimation annimmt. Es lassen sich damit die Eigenschaften amorpher, kristallisierter und kristallinischer Körper gesondert behandeln. Nachwirkung, Hysteresis und innere Reibung werden dadurch auf den einen Vorgang der Rekristallisation zurückgeführt, und auch das Gebiet der Dauerdeformation wird mit umfaßt.

Berlin, Physikalisch-chemisches Institut der Universität.

(Eingegangen 23. August 1924).

Röntgenspektrographische Untersuchungen über das Wesen der Quellung bei einigen Substanzen, welche ein Debye-Scherrer-Diagramm geben.

Von J. R. Katz und H. Mark.

(Mit Tafel IV.)

1. Ziel der Untersuchung.

In einer früheren Abhandlung hat der eine von uns[1]) Versuche an solchen quellbaren Substanzen beschrieben, welche ein Faserdiagramm geben. Es zeigte sich dabei, daß bei diesen Körpern (Zellulose, Hydratzellulosen und Seidenfibroin) bei der Quellung in Wasser keine nachweisbare Änderung der Röntgenidentitätsperioden auftritt. Um diese Untersuchung weiter zu führen, wurden noch einige Substanzen untersucht, und zwar solche, die ein Debye-Scherer-Diagramm geben, in der Hoffnung, dabei eine zu finden, bei der das Gitter sich ändert. Bevor wir diese Versuche beschreiben, sei kurz besprochen, welche Fälle denkbar sind, wenn eine fremde Substanz ins Gitter eines Kristalls eindringt, während die erste Substanz ihre Kristallstruktur behält:

a) Der Elementarkörper nimmt eine bestimmte Zahl von Molekeln der eindringenden Substanz auf, so daß sich in jedem Elementarkörper ein stöchiometrisches Verhältnis der beiden das Gitter bildenden Molekeln ergibt (Hydratbildung oder Mischkristallbildung). Die eintretenden neuen Moleküle nehmen in diesem Falle einen festen Platz im Gitter ein. Enthielt der Elementarkörper zuerst n-Moleküle der Substanz A, so enthält er jetzt $nA + mB$, wenn m-Moleküle der Substanz B in jeden Elementarkörper eingetreten sind. Beruht das Eindringen auf der Bildung einer Verbindung oder eines Hydrates in stöchiometrischen Verhältnissen, so ist $\frac{m}{n}$ meist eine ganze Zahl oder ein einfacher Bruch. Entsteht aber ein Mischkristall, so braucht $\frac{m}{n}$ nicht notwendigerweise eine ganze Zahl zu sein, wie die Versuche L. Vegards und F. Kirchners gelehrt haben. Dieses Resultat war überraschend. Denn obwohl der Elementarkörper nur eine kleine Zahl Atome enthält, die doch eine ganze Zahl sein sollte, stellte sich heraus, daß die Größe des röntgenographisch bestimmten Elementarkörpers nach einer kontinuierlichen und nahezu geradlinigen Funktion von der Zusammensetzung des Kristalls abhängt, ein Resultat, das man vorläufig noch nicht gut zu erklären weiß[1]). Wahrscheinlich ist die röntgenographisch bestimmte Größe des Elementarkörpers ein statistischer Mittelwert[2]).

Wieviel Unsicherheit auch noch über solche Änderungen des Gitters durch eine eindringende Substanz herrschen mag, eines dürfen wir doch wohl als sicher annehmen, nämlich daß, wenn die Dichte des Kristalls sich nicht geändert hat, der Elementarkörper sich vergrößert haben muß. Am Beugungsbild wird sich dies dadurch zu erkennen geben, daß die Interferenzen ihrer Lage nach nunmehr durch eine quadratische Form wiedergegeben werden, in welcher andere, größere, Grundperioden[3]) vorkommen, ev. auch andere Winkel. Es ist auch möglich, daß die Intensitäten, mit denen korrespondierende Netzebenen im vergrößerten und unvergrößerten Gitter reflektieren, verschieden sind, da durch das Hinzutreten neuer Beugungszentren (Atome) der Strukturfaktor einer Ebene $(h\,k\,l)$ im allgemeinen verändert wird. Dieser letztere Einfluß der Quellung kann sich aber sehr wohl einer experimentellen Beobachtung entziehen, da diese Intensitätsänderungen nicht groß sein müssen.

Es ist aber auch möglich, daß die Dichte der gequollenen Substanz d' und die der ungequollenen d sich voneinander unterscheiden.

1) J. R. Katz, Röntgenspektroskopische Untersuchungen über das Wesen der Quellung bei Substanzen, welche ein Faserdiagramm geben. Diese Zeitschr. **25**, 321—326, 1924.

1) Siehe Walter Gerlach, Materie, Elektrizität, Energie. Dresden, Th. Steinkopff. 1923. S. 163.

2) Ähnlich wie nach Debye durch die Wärmebewegung eigentlich die einzelnen Elementarkörper des Gitters verschieden groß sind; und dennoch kommt bei den Röntgenversuchen ein ganz bestimmter Wert heraus.

3) Im Falle einer echten chemischen Substitution (etwa Methylierung von Harnstoff) sind ähnliche Überlegungen schon von P. Groth (Elemente der chemischen Kristallographie 1921, S. 278) angestellt worden und haben zu dem Begriff der „topischen Parameter" geführt. (Vgl. hierzu etwa H. Mark und K. Weissenberg, Zeitschr. f. physik. Chem. 1924.)

Wird die zweite Substanz $nA + mB$ nach stöchiometrischen Verhältnissen ins Gitter aufgenommen, bekommen die Moleküle der zweiten Substanz einen festen Platz im Kristallgitter (sodaß dieses sich nicht einfach vergrößert durch die zweite Substanz, die sich ohne festen Platz durch den Elementarkörper verteilt), so wird das Volum des Elementarkörpers gleich groß bleiben, wenn das Verhältnis $\frac{d}{d'}$ gleich $\frac{nA}{nA+mB}$ ist. Auch hier hat man zu erwarten, daß die Intensitäten im allgemeinen andere werden, doch werden diese Veränderungen sich gleichfalls der Beobachtung entziehen können.

b) Der zweite Fall ist der, daß das Quellungswasser, wenn es ins Kristallgitter eindringt, nicht nach stöchiometrischen Verhältnissen aufgenommen wird. Daß das so sein könnte, sogar wahrscheinlicher ist, dafür spricht die vollkommene Kontinuität aller anderer Eigenschaften als Funktion des Quellungsgrades. Zwar ist dieses letzte auch bei der Mischkristallbildung (isomorphe Gemische wie Vegard und Kirchner sie untersucht haben) der Fall, aber Wasser und Eiweißkörper oder Wasser und Polysaccharid werden doch sicher nicht als isomorphe Substanzen zu betrachten sein. Bei der Aufnahme von Flüssigkeiten in quellbare Körper ist es viel wahrscheinlicher, daß im Falle einer intermolekularen Quellung die Wassermoleküle ohne ihre Beweglichkeit ganz zu verlieren und ohne eine bestimmte Stellung im Gitter einzunehmen ins Gitter eindringen. Dabei werden die Komponenten des Elementarkörpers, die einzelnen Moleküle auseinandergedrängt werden, falls die Anziehung zum Wasser größer ist als die gegenseitige. Es ist aber auch möglich, daß das Gitter starr ist, daß es bei Wasserverlust oder Wasseraufnahme seine Abstände nicht ändert (wie L. Vegard das mit der Braggschen Methode beim Zeolith Chabasit gefunden hat[1]). Zur Klärung dieser Probleme wird es notwendig sein, zwei Gruppen von Kristallen röntgenographisch näher zu untersuchen, welche Wasser als kontinuierliche Funktion der Dampfspannung aufnehmen und verlieren, einmal Substanzen wie Ceriumoxalat, Strychninsulfat usw. von niederem Molekulargewicht, anderseits eigentliche quellbare Kristalle mit gut begrenzten Kristallflächen, wie z. B. Eiweißkristalle. Der eine von uns (K.) ist seit vielen Monaten mit solchen Versuchen beschäftigt und wird darüber bald Mitteilung machen.

Die nähere Untersuchung des Röntgenspektrogramms kann in solchen Fällen vielleicht Aufschluß geben, wie eine solche Wasseraufnahme geschieht, eine Frage, die bis jetzt in vollkommenes Dunkel gehüllt ist; etwa ob eine „Adsorption" um einzelne Moleküle[1]) oder um bestimmte Gruppen derselben auftritt, und wie diese „Adsorption"[2]) zusammenhängt mit den Nebenvalenzen der Atome des Gitters, oder ob die alte Vermutung richtig ist, daß es im Kristall noch größere Einheiten gibt als Moleküle (sog. Kristallmoleküle usw.), so daß die Mizellen Nägelis kleiner sein könnten als die kleinsten Kristalle und eine neue Art Einheiten bilden könnte.

Aus diesen Betrachtungen folgt: aus einer Änderung der Größe des Elementarkörpers darf man schließen, daß das Quellungsmittel ins Gitter getreten ist, wobei nähere Untersuchungen zu lehren haben, in welcher Art es im Gitter aufgenommen wird. Umgekehrt kann man nicht sagen, daß bei konstant gebliebener Größe des Elementarkörpers die Quellungsflüssigkeit sicher nicht ins Kristallgitter getreten ist.

2. Beschreibung der Untersuchungen.

Wir haben drei Substanzen untersucht, welche Diagramme gaben, die in jeder Hinsicht vergleichbar sind im trockenen und im gequollenen Zustande, nämlich Inulin und Chitin bei der Quellung im Wasser und eine Seife, das Natriumpalmitat, bei der Quellung in Trichloräthylen. Bei den beiden in Wasser quellenden Substanzen ist früher die Isotherme ausgemessen worden[3]); die Wasserdampfspannung hängt in beiden Fällen nach einer kontinuierlichen Kurve vom Quellungsgrad ab. Sie hat die S-Form, die für in Wasser quellende Körper typisch ist. Wir haben daher sicher nicht mit einfacher Hydratbildung zu tun, wie sie bei gewöhnlichen verwitternden kristallwasserhaltigen Salzen besteht; denn dann müßten Diskontinuitäten in der Isotherme auftreten.

Wir hatten das Glück, schon unter diesen ersten drei Substanzen eine zu finden, bei der der Elementarkörper bei der Quellung größer wird; so daß es als festgestellt gelten kann, daß die Quellung ebensogut auf einer Vergrößerung des Elementarkörpers beruhen kann als auf dem Eindringen des Quellungsmittels zwischen Mizellen.

Zwei andere Substanzen, die wir gleichfalls untersuchten, das Amylum solubile (Merck)

1) Ann. d. Phys. **54**, 160—164, 1917.

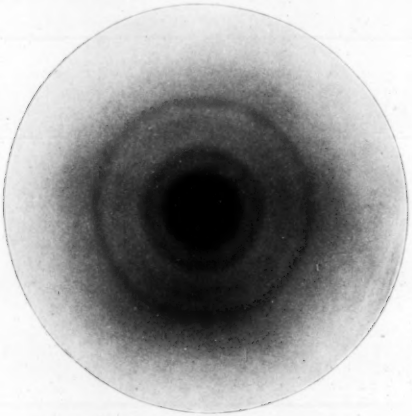
1) Vgl. auch die Untersuchungen von W. M. Keehan, Physical Review **21**, 334 (1923) über Palladiumwasserstoff.

2) Der Begriff „Adsorption" wird hier eigentlich mißbraucht, da er nur gilt für polymolekuläre Oberflächen, nicht für die Bindung an ein einzelnes Molekül oder Atom.

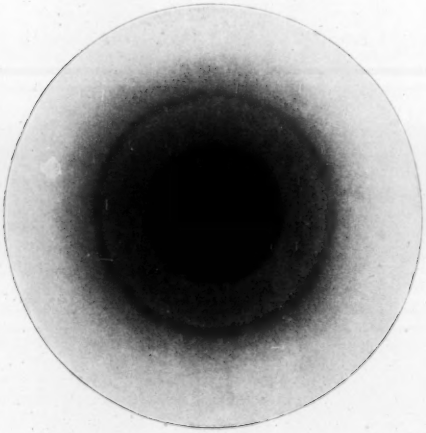
3) J. R. Katz, Die Gesetze der Quellung, Kolloidchem. Beihefte **9**, 60 u. 94, 1916. Die Röntgenspektrographie hat inzwischen gezeigt, daß beide Substanzen kristallinisch sind oder wenigstens, daß sie viel kristallinische Substanz enthalten.

Vergrößerung des Gitters bei der Quellung.

Röntgenspektrogramme des Inulins.



gequollen (mit Wasser gesättigt)



trocken

Beide Aufnahmen bei genau gleichem Abstand zwischen Präparat und Platte (51.5 mm) beide auf genau der natürlichen Größe reproduziert.

OBERLIN
COLLEGE
LIBRARY

und das Amylodextrin nach Nägeli, ergaben nicht sicher zu deutende Diagramme, weil die Aufnahmen der trockenen und gequollenen Substanz zu stark verschieden sind (so daß man nicht sicher weiß, ob sie vergleichbar sind). Auch bei diesen beiden Substanzen ist die Isotherme früher bestimmt worden als eine kontinuierliche *S*-förmige Kurve.

Die Substanzen lagen als Pulver vor; nur das Chitin bestand aus kleinen Blättchen. Die Pulver wurden in Hülsen aus dünnem Nitrozellulosefilm untersucht; es war geprüft worden, daß ein Eigenspektrum sich bei denselben nicht störend bemerkbar macht. Die feuchten Substanzen waren 24 Stunden lang in flüssigem Wasser gequollen und dann zwischen Filtrierpapier oder auf einer Platte aus unglasiertem Porzellan ohne Druck vom überflüssigen Wasser befreit. Die trockenen Substanzen waren bei 80° C in vacuo über Schwefelsäure getrocknet worden. Beim Chitin wurde ein Blättchen senkrecht zur Blättchenebene durchstrahlt; es war gegen die Hinterseite der Blende mit Klebwachs festgeklebt.

Die Aufnahmen machten wir in den in der vorigen Abhandlung beschriebenen Röntgenkameras, welche hermetisch schließen; um den Quellungsgrad während der Aufnahme konstant zu halten, befand sich in der Kamera bei trockenen Aufnahmen ein Schälchen mit Phosphorpentoxyd, bei feuchten Aufnahmen ein gewisses Quantum sehr feuchten Filtrierpapieres. Die feuchte und die trockene Aufnahme wurden nacheinander in der gleichen Kamera gemacht, also beim genau gleichen Abstand von der photographischen Platte. Die Nitrozellulosehülsen wurden genau in der Mitte der Öffnung der Blende festgeklebt.

Als Lichtquelle diente wiederum eine Hadding-Siegbahnsche Röhre mit Kupferantikathode, welche bei 50—60 Kilovolt mit 15—20 Milliamp. betrieben wurde; sie gibt ein überwiegend monochromatisches Licht ($\lambda = 1{,}54$ Å. E.).

3. Versuchsergebnisse.

Das Inulin wurde uns liebenswürdigerweise von Herrn Prof. H. Pringsheim (Berlin) für diese Untersuchung zur Verfügung gestellt. Es war reinstes Inulin, aus Dahliaknollen bereitet.

Bei einem ersten Versuch bekamen wir folgende Zahlen für den Durchmesser der wichtigsten Ringe in mm; die Zahlen der intensivsten Ringe wurden dick gedruckt. (Die schwächeren Kreise werden wir erst nach Photometrieren der Negative angeben können.) Die Negative sind auf der Tafel reproduziert worden, genau auf der natürlichen Größe, so daß der Leser sie nachmessen kann.

trocken		gequollen		Abstand Präparat—Platte
23,0 / 22,9	23,0	21,2 / 21,0	21,1	51,5 ± 0,8 mm
36,0 / 35,9	36,0	33,0 / 32,9	33,0	
44,2 / 44,1	**44,2**	**41,0 / 40,8**	**40,9**	

Der Wassergehalt der gequollenen Substanz war bei diesem ersten Versuch nicht genau bestimmt worden.

Bei einem zweiten Versuch mit der gleichen Substanz wurde dann dieser Quellungsgrad durch Bestimmung der Gewichtsdifferenz der trockenen und gequollenen Substanz gemessen; er betrug 29 Teile Wasser auf 100 Teile trockner Substanz. Jetzt fanden wir für den Diameter der Kreise:

trocken	gequollen	Abstand Präparat—Platte
21,2	**19,1**	47,5 ± 0,8 mm
32,0	28,2	
40,0	**35,6**	

Wäre alles Wasser ins Gitter gegangen und hätte dasselbe sich isotrop vergrößert, so könnte man die Veränderung der Größe des Elementarkörpers schätzen als $^1/_3$ Volumvergrößerung. Da das spezifische Volum des Inulins 0,67 ist, so beträgt die Volumvergrößerung für 29 Proz. Wasser etwa $43^1/_2$ Proz., so daß man eine Änderung der Gitterdimensionen von $14^1/_2$ Proz. erwarten könnte. Diese Zahl ist aber zu groß wegen der ziemlich großen Volumkontraktion bei der Quellung, deren Größe hier etwa 0,06 ccm per g trockenen Inulins beträgt, so daß die Änderung der Gittergröße nur etwa $11^1/_2$ Proz. sein würde. Die experimentell bestimmte Größe ist 8—11 Proz., so daß die Quellung hier überwiegend auf Gittervergrößerung beruhen muß.

Das Chitin aus Krebsschalen hatte der eine von uns vor Jahren selber für seine Quellungsversuche hergestellt. Wie dort angegeben[1]) war es bereitet durch Behandeln der Krebsschalen mit *KOH* (zur Entfernung der Eiweißsubstanzen), Ausziehen des Kalziumkarbonats mit verdünnter Salzsäure, Entfärbung durch Kaliumpermanganat und nachfolgender Behandlung mit schwefliger Säure. Es bestand aus grauweißen Schuppen, deren Aschegehalt nur 0,1 Proz. betrug. Die in Wasser gequollene Substanz enthielt wenigstens 30 Proz. Wasser. Die Substanz gab bei Durchleuchtung einer

1) J. R. Katz, Gesetze der Quellung. 93.

Schuppe senkrecht zu deren Flächenausbreitung ein aus schönen Ringen bestehendes Diagramm, deren Durchmesser folgende Werte hatten (die dunkleren Ringe sind wiederum dick gedruckt):

trocken	naß	Abstand Präparat—Platte
17,7	**17,4**	53,0 mm
24,1	23,8	
37,6	**37,3**	
45,8	46,3	
53,8	**53,8**	

Die Größe der Ringe ist innerhalb der Fehlergrenzen (Vermessung ohne Photometer) die gleiche geblieben.

Das Natriumpalmitat von C. F. A. Kahlbaum war uns von Herrn Prof. H. Freundlich und Herrn Jörres freundlichst zur Verfügung gestellt. Die Debye-Scherrer Kreise dieses Präparats waren nicht sehr schön ausgebildet, aber doch so, daß man sie deutlich vermessen konnte.

trocken	10 Proz. Trichloräthylen	20 Proz. Trichloräthylen	Abstand Präparat—Platte
37,2	37,4	37,0	52,1 ± 0,8
42,4	43,1	42,8	
51,7	51,8	—	

Eine Änderung des Gitters läßt sich nicht nachweisen; aber die aufgenommene Menge Quellungsmittel ist nicht sehr groß. Doch hätte eine Änderung des Gitters von 3 bis 7 Proz. sich zeigen müssen.

Die beiden weiteren untersuchten Substanzen, das Amylum solubile von E. Merck und das Amylodextrin (nach Nägeli hergestellt[1]) zeigten eine sekundäre Komplikation. Während die Diagramme der feuchten Substanz normal aussahen, waren die der getrockneten Substanz gröber und undeutlicher. Vielleicht war durch das Austreten des Wassers das Gitter teilweise gestört worden. Es fällt außerhalb des Planes dieser Untersuchung hier näher auf diese Komplikation einzugehen. Wo aber diese Komplikation auftritt, werden die Schlußfolgerungen, die man aus den Negativen ziehen kann, viel weniger zwingend als bei den oben besprochenen Substanzen. Wir wollen darum nur sehr kurz die erhaltenen Resultate mitteilen. Beim Amylodextrin wurden zwei Ringe ausgemessen, die bei der trocknen Substanz als breite aber einheitliche Ringe erschienen, während der innere sich im feuchten Diagramm als aus wenigstens zwei Ringen bestehend herausstellte. Diese Ringe (so ausgemessen) hatten den gleichen Diameter in feuchtem und in trockenem Zustande. Beim Amylum solubile gab es eigentlich nur einen Ring, einen dunklen schmalen von kleinem Diameter, der in allen Diagrammen gut wiederzuerkennen und auszumessen war (im feuchten Diagramm waren viel mehr Ringe als im trocknen zu sehen). Der Diameter dieses Ringes betrug:

trocken		lufttrocken	feucht	Abstand Präparat—Platte
33,0	32,9	31,4	29,6	53,0 ± 0,8

Der Wassergehalt der lufttrockenen Substanz betrug 18 Proz., der der feuchten Substanz wenigstens 40 Proz. (per 1 trockener Substanz), das spezifische Volum der trockenen Substanz ungefähr 0,6. Es scheint aus obigen Zahlen hervorzugehen, daß wir im Amylum solubile eine zweite Substanz vor uns haben, bei der das Quellungswasser ins Kristallgitter geht und dieses vergrößert und zwar um etwa 10 Proz. Aber leider ist die Quellung bei dieser Substanz mit einer sekundären Komplikation belastet; und unter diesen Umständen ist die Möglichkeit nicht ganz ausgeschlossen, daß man die erhaltenen Zahlen anders zu erklären hätte.

4. Zusammenfassung.

a) Von den untersuchten quellbaren Substanzen, welche ein Debye-Scherrer-Diagramm geben und die frei sind von sekundären Komplikationen

Inulin in Wasser
Chitin in Wasser
Natriumpalmitat in Trichloräthylen

zeigte die erstgenannte Substanz eine Quellung, die überwiegend ins Gitter geht und dieses vergrößert. Gefunden wurde 8 bis 11 Proz., berechnet $11\frac{1}{2}$ Proz. Änderung in der Größe des Elementarkörpers (derjenigen Substanz, welche das Spektrum gibt);

b) während bei Zellulose, Fibroin, Chitin die Größe des Elementarkörpers sich bei der Quellung nicht ändert, wenn diese Substanzen in Wasser quellen, gibt es daher andere Körper, bei denen der Elementarkörper größer wird. Beim Inulin geschieht das ungefähr in dem gleichen Grade als die Änderung der sichtbaren Dimensionen bei der Quellung. Hier scheint daher das „Aufquellen" (die Zunahme der Größe bei der Quellung) auf einer Vergrößerung des Elementarkörpers zu beruhen. Ganz sicher wird diese Deutung aber erst sein, wenn es gelingt zu zeigen, daß die Änderung des Gitters eine kontinuierliche Funktion des Quellungsgrades ist (wie bei den sichtbaren Dimensionen[1]). Weitere Versuche

1) Lieb. Ann. d. Chem. 173, 218—227.

1) Es besteht nämlich auch noch die Möglichkeit, daß sich das Inulin mit Wasser in eine andere chemische Verbindung, etwa in ein Hydrat, umlagert.

werden ausgeführt, um das festzustellen und auch um noch mehr Beispiele solcher Körper zu finden;

c) wahrscheinlich geschieht das gleiche beim Amylum solubile, während beim Amylodextrin die Größe des Elementarkörpers sich nicht zu ändern schien; aber bei diesen beiden Substanzen wurde keine Sicherheit erreicht, da eine sekundäre Komplikation störend auftrat;

d) die Quellung scheint daher entweder intermizellar oder intermolekular geschehen zu können; beide Fälle kommen vor, je nach der Substanz; welcher Typus vorliegt, ist von Fall zu Fall zu untersuchen;

e) unsere weiteren Untersuchungen werden hoffentlich in die jetzt noch dunkle Frage Klarheit bringen, wie man eine eventuelle intermolekulare Quellung mit der Gitterstruktur des Kristalls in Einklang bringen kann. Der Begriff „intermolekulare Quellung" ist eigentlich in Widerspruch mit der jetzt noch vielfach verteidigten Auffassung Braggs, nach der der ganze Kristall eigentlich nur ein einziges großes Molekül bilden sollte, verträgt sich aber sehr gut mit der Kosselschen Auffassung[1]), nach der dem Fall der „heteropolaren" Verbindungen wie Alkalihalogeniden, wo der ganze Kristall tatsächlich als ein einziges großes Molekül zu betrachten wäre, andere wie $Si\,F_4$ oder $Si\,F_6$ gegenüber stehen, welche schon im festen Zustande vorgebildete Moleküle besitzen. Dieser letzte Zustand würde dann auftreten, wenn eines der selteneren Atome des Gitters von seinen in „Hauptvalenz" gebundenen Begleitern derartig eingehüllt ist, daß kein Atom eines anderen Moleküls sich mehr unmittelbar anlagern kann. Bei Kohlenstoffverbindungen ohne ungesättigte Bindungen wird eben dieser Fall verwirklicht sein. Vielleicht werfen unsere weiteren Untersuchungen ein neues Licht auf diese interessanten Betrachtungen Kossels.

Diese Untersuchungen wurden von dem erstgenannten von uns im Kaiser-Wilhelm-Institut für physikalische Chemie und Elektrochemie in Dahlem angefangen; die hier beschriebenen Versuche haben wir gemeinsam im Kaiser-Wilhelm-Institut für Faserstoffchemie im Herbst 1923 ausgeführt.

1) Zeitschr. f. Physik 1, 395—415, siehe besonders 397—398 mit den dort abgebildeten Schemata von Kristallgittern, in denen die Moleküle vorgebildet sind.

Amsterdam und Dahlem, Mai 1924.

(Eingegangen 8. Juli 1924.)

Über den Hall-Effekt des lichtelektrischen Primärstromes bei isolierenden Kristallen.

Von Herbert Lenz.

Auf Anregung und unter Leitung von Herrn Geheimrat W. Wien wurden seit längerer Zeit Untersuchungen angestellt über die Beschleunigung von lichtelektrisch im Innern von Kristallen ausgelösten Elektronen durch starke elektrische und magnetische Felder.

I. Einleitung.

Von Bedeutung war, daß es den Herren Gudden und Pohl[1]) aus Göttingen gelang, den lichtelektrischen Strom im Kristall in einen Primär- und einen Sekundärstrom zu zerlegen. Der Primärstrom besteht aus lichtelektrisch im Kristallinnern ausgelösten Elektronen, die von einem starken elektrischen Feld weggeführt werden, ehe sie sich wieder anlagern können. Er ist der Lichtintensität und bei nicht zu hohen Feldern auch der beschleunigenden elektrischen Spannung proportional und zeigt Sättigungscharakter bei hohen Feldstärken.

Der Sekundärstrom ist wahrscheinlich elektrolytischer Natur. Ganze Ionen durchwandern den Kristall. Er tritt nach Gudden und Pohl erst oberhalb gewisser Spannungen (8000 Volt/cm bei Zinkblende), bei größeren Lichtdichten und langen Belichtungszeiten auf und ist mehr als spannungs- und lichtintensitätsproportional. Oberhalb 8000 Volt/cm findet er sich bei ZnS schon im Dunkeln als elektrolytischer Dunkelstrom und wird durch gleichzeitiges Fließen des Primärstromes nur verstärkt. Vielleicht wird durch den Primärstrom, der eine lokale Elektronenverarmung im Kristall hervorruft, die Zahl der wanderungsfähigen positiven Ionen vermehrt. Auch beim Diamanten tritt ein Dunkelstrom auf. Man kann ihn sich schlecht als elektrolytischen Strom vorstellen.

Wenn nun Untersuchungen über beschleunigte, lichtelektrisch ausgelöste Elektronen im Kristall gemacht werden sollten, so war es nötig, den Sekundärstrom zu unterdrücken. Denn einmal täuscht er einen größeren Elektronenstrom vor und fälscht die Rechnungen, wenn man ihn zu andern Größen in Beziehung setzt, und andermal zerstört er das Kristallgitter durch Bildung der Tubandtschen[2]) Metallbrücke bei Zinkblende und leitender Graphitfäden beim Diamanten. Besonders die Metallbrücke macht sich durch Stöße in allen Meßinstrumenten bemerkbar, wenn die Brücke soeben hergestellt ist und der

1) Siehe Zeitschr. f. Physik, Gudden u. Pohl: Zahlreiche Arbeiten über lichtelektrische Leitfähigkeit an Kristallen.

2) Tubandt: Zeitschr. f. anorg. Chemie 116, 117.

dadurch entstehende Kurzschluß soviel Joulesche Wärme erzeugt, daß sie im selben Augenblick wieder durchschmilzt. Die Kristalle sind dann unbrauchbar. Man erkennt den Beginn der Brückenbildung sofort daran, daß der Gesamtstrom mehr als spannungsproportional ansteigt. Zur völligen Unterdrückung des Sekundärstromes genügt allein eine nicht zu hohe Spannung (etwa 5000 Volt/cm bei *ZnS*). Die beiden anderen von Gudden und Pohl aufgestellten Bedingungen: kleine Lichtdichten und kurze Belichtungszeiten, fand ich nicht notwendig. Denn einmal lagen meine Kristalle stets im Brennfleck der Quarzlinse, die das Licht der höchst belasteten Quarzlampe sammelte, und dann schickte ich wochenlang durch denselben Kristall Ströme von der Größenordnung 10^{-8} Ampère auf 1 mm² Querschnitt, ohne auch nur das geringste vom Sekundärstrom zu merken, wenn ich nur genügend weit unter der kritischen Spannung blieb.

Läßt man nun senkrecht zu der durch die Feldrichtung bestimmten Richtung des lichtelektrischen Elektronenstromes ein Magnetfeld wirken, so müssen die Elektronen abgelenkt werden.

Das ist der richtige, sogenannte negative Hall-Effekt, der sich mit der Richtung des Magnetfeldes umkehrt und den die Theorie erklären kann. Da bei dem regulären Aufbau der Kristalle besonders regelmäßige Verhältnisse vorliegen, kann man einen regelmäßigen Hall-Effekt erwarten, vor allem auch einen symmetrischen, während fast sämtliche gewöhnlich untersuchten Leiter einen unsymmetrischen, viele sogar einen positiven Hall-Effekt zeigen. Vielleicht ist auf dem Wege über die Kristalle eine Klärung dieser Fragen möglich. Spezielle Annahmen über das Gitter, ob Ionengitter wie bei Zinkblende oder Atomgitter wie bei Diamant sind vorerst nicht nötig. Vielleicht kann durch Ermittlung der mittleren freien Weglänge, der Geschwindigkeit der Elektronen und der Zeit ihres freien Fliegens etwas über die Art der Elektrizitätsbewegung im Kristall ausgesagt werden, z. B. darüber, ob das einmal ausgelöste Elektron direkt zur Anode fliegt oder ob die Leitung durch Weiterreichen von Atom zu Atom geschieht.

II. Versuchsanordnung.

Verwendet wurden ein Diamant in Plättchenform von 6,4 · 4,0 · 1,3 mm und helle Santander Zinkblende, die in Kistenform geschliffen und hochglanzpoliert wurde. Bei *ZnS* wechselten die Dimensionen nach Bedarf bis zu 8 · 10 · 2 mm. Die Kristalle wurden mit den Schmalseiten durch konstanten Federdruck zwischen zwei mit Stanniolkissen belegte Messingelektroden gepreßt und so zwischen die Polschuhe eines großen Elektromagneten gebracht, daß die Kraftlinien die großen Flächen des Kristalls senkrecht durchsetzen. Vor einer großen Kristallfläche stand ein total reflektierendes Quarzprisma, welches die den lichtelektrischen Effekt hervorrufenden Strahlen senkrecht auf die Kristallfläche wirft. Als Lichtquelle diente eine Quarzlampe. An den Messingelektroden lagen die Enden einer in der Mitte geerdeten Hochspannungsbatterie. Der lichtelektrische Strom wurde galvanometrisch gemessen. An den zwei freien Schmalseiten des Kristalls liegen je eine bewegliche Querelektrode, die bisher immer aus scharfen mit Stanniol beklebten Messingschneiden bestanden. (Siehe Fig. 1.)

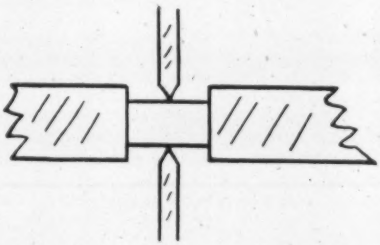


Fig. 1.

Der Gang der Untersuchungen war im allgemeinen folgender: Zuerst wurde geprüft, ob die Isolation der mit destilliertem Wasser und Alkohol abgewaschenen Kristalle im Dunkeln eine vollkommene war, was meistens zutraf. Dann wurde das Potentialgefälle mit jeder Querelektrode einzeln geprüft. Es mußte im dunklen Kristall linear, im belichteten fast linear sein nach Fig. 2, die von den Herren Gudden und Pohl angegeben wird (Zeitschr. f. Phys. 7, 69).

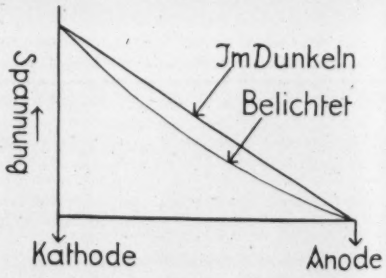


Fig. 2.

Das stellte bei *ZnS* außerordentliche Anforderungen an das Kristallmaterial, das selbst-

verständlich frei von Rissen, Schlieren und braunen Eisensulfidstreifen sein mußte. Beim Schleifen muß man in der Wahl der Schleif- und Poliermittel recht vorsichtig sein, um eine völlige oder örtliche Oberflächenleitung durch Verschmieren zu verhüten. War die Potentialverteilung befriedigend, so durfte an dem Quadrantelektrometer, mit dessen Quadrantpaaren die beiden Querelektroden verbunden waren, sowohl im Dunkeln wie im Licht kein Ausschlag entstehen, wenn beide Querelektroden genau gegenüberstanden. Dann konnte man annehmen, daß der Kristall elektrisch homogen sei. Wurde nun der Magnet eingeschaltet, so drängte das Magnetfeld die Elektronen einmal in die eine, das andere Mal in die andere Querelektrode, je nach seiner Richtung. Gemessen wurde die Spannung in Volt, bis zu der sich das Elektrometer auflädt und die der wirkenden magnetischen Kraft das Gleichgewicht hält. Da es sich um Messung einer Potentialdifferenz handelte, deren Lage gegen Erde nicht genau fixiert werden konnte, mußten die auftretenden Hall-Spannungen mit einem Elektrometer ohne Hilfsladung quantitativ gemessen werden. Benutzt wurde ein Quadrantelektrometer in Doppelschaltung. Da man an diesem aber wieder das Vorzeichen des Effektes nicht sehen kann, was besonders bei ZnS stets nötig ist, wurden die Querelektroden auch noch mit einem Quadrantelektrometer in Quadrantschaltung verbunden, an dem nur das Vorzeichen des Effektes festgestellt wurde. Die Nadelspannung desselben muß sehr hoch sein, damit die Spannung der Quadranten immer unter der Nadelspannung bleibt.

Zur elektrostatischen Isolation, die immer peinlich genau sein mußte, diente Bernstein, Hartgummi und Schellack. Sämtliche Zuleitungen waren in geerdete Metallrohre eingeschlossen, die Meßinstrumente standen jedes einzeln in einem Blechkasten, diese alle in einem großen Kasten aus Zinkblech.

III. Bisherige Ergebnisse.

Es wurde die Hall-Spannung H in Abhängigkeit von der Magnetfeldstärke $\mathfrak{H}$, der elektrischen Feldstärke $\mathfrak{E}$ und der Stromstärke i_x untersucht, wobei immer zwei dieser Veränderlichen konstant gehalten wurden.

Es seien hier einige Ergebnisse angegeben:

Diamant.

Der Hall-Effekt kehrt sich in jeder Stellung des Diamanten mit dem Magnetfeld um und ist in beiden Richtungen gleich groß.

a) Die Hall-Spannung ist dem Magnetfeld genau proportional.

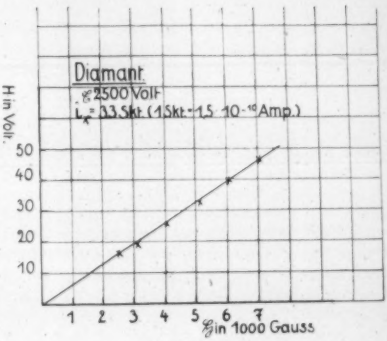


Fig. 3.

Tabelle I.

$\mathfrak{E} = 2500$ Volt. $i_x = 33$ Skt.

$\mathfrak{H}$ in Gauß	H in Volt
2500	16
3000	19
4000	25
5000	31
6000	40
7000	46

b) Die Hall-Spannung steigt anfänglich proportional mit der elektrischen Feldstärke $\mathfrak{E}$ und erreicht schließlich einen Höchstwert.

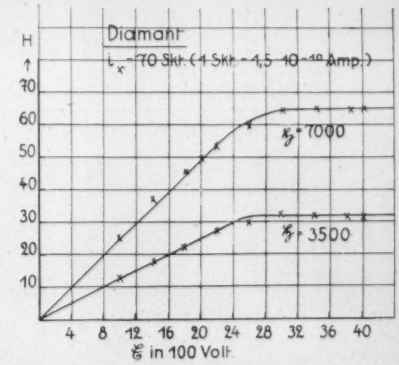


Fig. 4.

Tabelle II.
$i_x = 70$ Skt.

$\mathfrak{E}$	H bei $\mathfrak{H} = 3500$	H bei $\mathfrak{H} = 7000$
1000	12	25
1400	18	37
1800	22	46
2000	—	50
2200	28	53
2600	30	60
3000	33	65
3400	32	66
3800	32	65
4000	32	66

c) Die Hall-Spannung steigt bei kleinen Stromstärken rasch mit dieser an und erreicht bald einen Wert, über den sie trotz weitersteigender Stromstärke nicht hinausgeht.

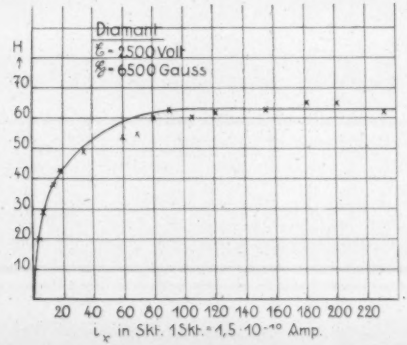


Fig. 5.

Tabelle III.
$\mathfrak{E} = 2500$. $\mathfrak{H} = 6500$

H	i_x
20	4
29	8
38	14
43	18
49	34
54	60
55	70
60	80
63	90
61	105
62	120
63	154
65	180
65	200
63	230

Zinkblende ZnS

zeigt meist überhaupt keinen richtigen Hall-Effekt. Der Ausschlag ändert mit der Umkehrung des Magnetfeldes sein Vorzeichen nicht, sondern geht stets in derselben Richtung. Eine starke Abhängigkeit von der Orientierung des Kristalls scheint vorzuliegen. Es scheint sogar Richtungen zu geben, in denen die Elektronen durch Magnetfelder der benutzten Größe (bis 7000 Gauß) überhaupt nicht bewegt werden können. Die dreizähligen, polaren Achsen des ZnS-Kristalls scheinen mit diesen ausgezeichneten Richtungen zusammenzuhängen. Schleift man den Kristall jedenfalls so, daß die dreizähligen Achsen symmetrisch zur Richtung des elektrischen Feldes $\mathfrak{E}$ liegen, so tritt ein sich mit dem Magnetfelde umkehrender, negativer Hall-Effekt auf, dessen völlige Gleichheit noch nicht erreicht wurde, was vielleicht noch auf geringe Fehler in der Orientierung zurückzuführen ist.

In dieser Stellung fand ich dann genau dieselben Verhältnisse bei der Abhängigkeit der Hall-Spannung von $\mathfrak{H}$, $\mathfrak{E}$, und i_x wie beim Diamanten.

Die Kurven und Tabellen IV, V und VI zeigen das.

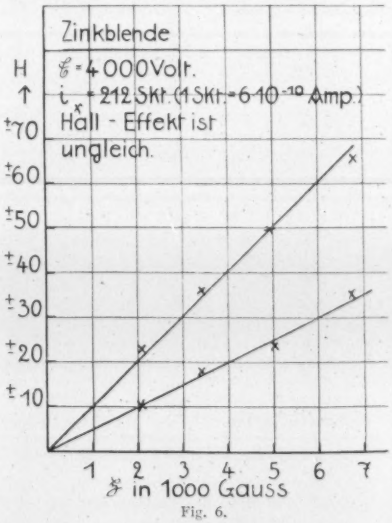


Fig. 6.

Tabelle IV.
$\mathfrak{E} = 4000$ Volt. $i_x = 212$ Skt.

$\mathfrak{H}$	H bei beiden Richtungen von $\mathfrak{H}$	
2000	10	22
3400	17	35
5000	24	50
6800	35	65

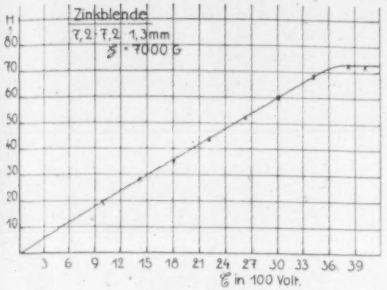


Fig. 7.

Tabelle V.

$\mathfrak{H} = 7000$ G.

$\mathfrak{E}$	H
1000	19
1400	28
1800	35
2200	44
2600	52
3000	60
3400	69
3800	73
4000	72

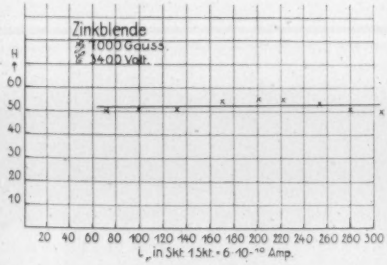


Fig. 8.

Tabelle VI.

$\mathfrak{H} = 7000$ G. $\mathfrak{E} = 3400$ V.

i_z	H
70	50
100	51
130	51
168	54
200	55
220	55
254	53
280	50
310	50

Daß die Hall-Spannung oberhalb einer gewissen Mindestgrenze nicht mehr vom Strom abhängt, tritt hier infolge des größeren Meßbereiches noch deutlicher als beim Diamanten in Erscheinung. Deshalb war es bei Messung der Abhängigkeit von der Spannung $\mathfrak{E}$ nicht mehr nötig, den mit $\mathfrak{E}$ wachsenden Strom konstant zu halten, was sonst größerer Sicherheit wegen durch Glasfilter erreicht wurde.

Nimmt man an, daß die Elektronen, welche in dem Kristall durch die Bestrahlung augelöst werden, durch das elektrische Feld eine Beschleunigung erhalten, bis sie beim Auftreffen auf ein Kristallatom ihre Geschwindigheit wieder verlieren, so läßt sich aus den elektromagnetischen Gleichungen die freie Weglänge ermitteln, die sich beim Diamanten von der Größenordnung 10^{-6} cm ergibt. Bei der beobachteten Größe des Hall-Effektes ergibt die Theorie Proportionalität mit dem magnetischen Felde. Ohne weiteres verständlich ist auch die Unabhängigkeit der Hall-Spannung von der Stromstärke, soweit sie nur durch Veränderung der Intensität der Bestrahlung geändert wird, während die Abhängigkeit von ihr bei kleinen Stromstärken noch näherer Untersuchung bedarf. Nicht auf einfache Weise zu erklären ist das Konstantwerden der Hall-Spannung in Abhängigkeit vom elektrischen Felde. Hierüber sowie über die Orientierungsfragen der Zinkblende und die Abhängigkeit des Hall-Effektes von der Temperatur sollen weitere Versuche angestellt werden.

München, Physikalisches Institut der Universität, August 1924.

(Eingegangen 3. September 1924.)

Über das Verhältnis der spezifischen Wärmen c_p/c_v für Flüssigkeiten.

Von Teófilo Isnardi.

(Übersetzt und mitgeteilt von R. Gans).

Man pflegt anzunehmen, daß $\varkappa = c_p/c_v$ für Flüssigkeiten gewöhnlich genähert den Wert 1 hat. Daß das nicht immer der Fall ist, soll durch die vorliegende Mitteilung an zwei Beispielen gezeigt werden.

Zur Bestimmung dieser Größe gibt es die folgenden beiden Methoden.

Bedeutet c die Schallgeschwindigkeit, e die Kompressibilität, δ die Dichte bei gegebener Temperatur t, so ist

$$\varkappa = c^2 e \delta. \qquad (1)$$

Nimmt man $1/\delta = v$ in der Form

$$v = v_0(1 + \alpha_1 t + \alpha_2 t^2 + \ldots) \qquad (2)$$

an, in der die thermische Dilatation gewöhnlich gegeben ist, und definiert man den von der Temperatur abhängigen Ansdehnungskoeffizienten α_t durch

$$\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p = \alpha_t v_0 = \frac{\alpha_t}{\delta_0}, \qquad (3)$$

so daß

$$v = \frac{1}{\delta} = \frac{1}{\delta_0}\left(1 + \int_0^t \alpha_t dt\right), \qquad (3')$$

so folgt aus (1)

$$\varkappa = \frac{c^2 e \delta_0}{1 + \int_0^t \alpha_t dt}. \qquad (4)$$

Diesen $\varkappa$-Wert wollen wir den akustischen nennen.

Andrerseits ergibt sich aus dem zweiten Hauptsatze[1])

$$c_p - c_v = -\frac{T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p^2}{\left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_T}. \qquad (5)$$

In dieser Gleichung können wir $\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p$ durch (3) und $\left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_T = -ev$ mittels (3') durch

$$\left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_T = -\frac{e}{\delta_0}\left(1 + \int_0^t \alpha_t dt\right)$$

ersetzen und erhalten

$$c_p - c_v = \frac{T\alpha_t^2}{\delta_0 e\left[1 + \int_0^t \alpha_t dt\right]}. \qquad (6)$$

Kennt man c_p, so läßt sich $\varkappa$ aus (6) berechnen[2]). Dieser Wert soll der thermodynamische heißen.

Wir wollen die Rechnung für Äther und Alkohol durchführen. Dazu bedienen wir uns der folgenden Konstanten[3]).

1. Äther.

$\delta_0 = 0{,}7362$ (L. 271); $\alpha_t = 0{,}_2151324 + 2\times 0{,}_3235918\, t + 3\times 0{,}_4400512\, t^2$ (L. 1233);

$c_{0^\circ} = 147 \cdot 10^{-6}$ 1/atm; $e_{20^\circ} = 176 \cdot 10^{-6}$ 1/atm (L. 100);

$c_{0^\circ} = 1145 \cdot 10^2$ cm/sec; $c_{15^\circ} = 1032 \cdot 10^2$ cm/sec (L. 1631);

$c_p = 0{,}529$ cal/Grad (L. 1265);

2. Alkohol.

$\delta_0 = 0{,}80625$ (L. 271); $\alpha_t = 0{,}_2104139 + 2\times 0{,}_6783\overset{\circ}{6}t + 3\times 0{,}_3176\overset{\circ}{1}8t^2$ (W. III. 98);

$e = 0{,}04974 \cdot (1 + at + bt^2)$ 1/atm mit $a = 0{,}0037988$; $b = 0{,}_4455$ (L. 99[1])); $c_{8{,}4^\circ} = 1264 \cdot 10^2$ cm/sec; $c_{15^\circ} = 1275 \cdot 10^2$ cm/sec; $c_{23^\circ} = 1160 \cdot 10^2$ cm/sec (W. II. 540);

c_p (zwischen 0^0 und 15^0) $= 0{,}560$; c_p (zwischen 20^0 und 26^0) $= 0{,}576$ (L. 1266).

Daraus ergibt sich die folgende Tabelle:

Substanz	thermodyn. $c_p - c_v$	thermodyn. $\varkappa$	akust. $\varkappa$	Mittel von $\varkappa$ thermodyn.	Mittel von $\varkappa$ akust.
Äther[2]) bei 0^0	0,140	1,360	1,40	1,353	1,34
„ „ 15^0	0,136	1,346	1,28		
Alkohol bei $8{,}4^0$	0,0934	1,20	1,26		
„ „ 15^0	0,0960	1,20	1,31	1,20	1,23
„ „ 23^0	0,0986	1,21	1,12		

Die akustischen Werte schwanken ziemlich infolge der Schwierigkeit der Schallgeschwindigkeitsbestimmung in Flüssigkeiten. Für Wasser von Zimmertemperatur wird praktisch $c_p = c_v$, da $\alpha_t = 0$ für 4^0. Daher erklärt sich die Übereinstimmung der nach (1) unter Annahme von $\varkappa = 1$ berechneten Schallgeschwindigkeit mit den Beobachtungen von Colladon und Sturm.

1) M. Planck, Thermodynamik, 5. Aufl., S. 128. Leipzig 1917.

2) Bereits Clausius, Mech. Wärmetheorie 1, 3. Aufl., S. 191, Braunschweig 1887 hat auf diese Weise c_v für Wasser berechnet; siehe auch C. Dieterici, Wied. Ann. 57, 333, 1896.

3) L mit der dahintergesetzten Zahl bedeutet die Seitenzahl in den Tabellen von Landolt-Börnstein, 5. Aufl., Berlin 1923; W. bedeutet Winkelmann, Handb. d. Physik, die römische Ziffer die Bandzahl.

La Plata, Instituto de Física, 20. Juni 1924.

(Eingegangen 26. Juli 1924.)

Personalien.

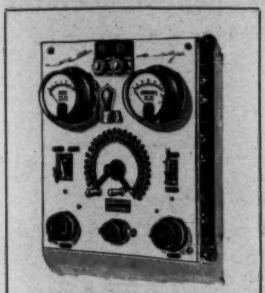
(Der Herausgeber bittet die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Technischen Hochschule in Darmstadt Dr. P. Knipping für Physik, an der Technischen Hochschule in Karlsruhe Dr. A. Riede für Physik, an der Technischen Hochschule in Dresden Dr. B. Schilling für Mathematik.

Ernannt: Der wissenschaftliche Leiter der Optischen Werke E. Leitz in Wetzlar Dr. M. Berek zum Honorarprofessor an der Universität Marburg, der ord. Professor der Physik Dr. G. Mie in Halle in gleicher Eigenschaft an der Universität Freiburg i. B., der a. o. Professor der Meteorologie an der Hochschule für Bodenkultur in Wien Dr. W. Schmidt zum ord. Professor an der gleichen Hochschule, der Privatdozent der Physik an der Universität Rostock Dr. G. Falckenberg zum a. o. Professor.

Für die Schriftleitung verantwortlich Prof. Dr. F. Harms in Würzburg. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

Max Kohl A.G. Chemnitz



50471. Experimentier-Schalttafel Type A_1, 110 Volt, 30 Amp.

Physikalische Apparate

Funken-Induktoren
Ölluftpumpen
Experimentier-Schalttafeln
Projektions-Apparate
Laboratorienmöbel

in gediegener Ausführung.

Weltausstellung Brüssel: 4 Grosse Preise; Turin: 2 Grosse Preise; Dresden: Grosser Preis.

Carl Schleicher & Schüll

Düren, Rheinland

Schutz- Skizzir- Profil- Marke Papier.

empfehlen

Millimeter-Zeichen- u. Pause-Papiere in Rollen, Bogen u. Blocks in unübertroffener Herstellung.

Koordinaten, Logarithmen-, Sinus- u. Windrosenpapiere.

Blätter für Registrierapparate aller Art.

Allerbeste: Zeichen-, Pause-, durchsichtige Entwurf-Papiere, Pauseleinwand.

Muster auf Anfrage kostenlos.

Prismen, Linsen, Platten

aus

Kalkspat, Flußspat, Quarz, Steinsalz, Glas.

Gyps- und Glimmerpräparate.

Preisliste gratis.

R. Halle Nachfolger, Optisches Institut.

Berlin-Steglitz.

S. HIRZEL IN LEIPZIG

W. Moede

Experimentelle Massenpsychologie

Mit 16 Abb. 8°. (VI u. 239 S.) 1920.

Geh. G.-M. 4.—, $ —.95, geb. G.-M. 5.—, $ 1.20.

Der Betriebsleiter, der mit Arbeitermassen oder -gruppen zu tun hat, jeder, der Wirkungen auf die Massen auslösen will, alle werden in diesem Neuland von den Bäumen Früchte der Erkenntnis pflücken, die ihr geistiges Rüstzeug schärfen. Moede baut auf selbst erkanntem und versuchtem Tatsachenmaterial auf. Phantasieschlüsse sind ihm fremd. Und gerade deshalb ist seine Arbeit wertvoll. (Ingenieur-Zeitung.)

Bibliothek wird fortgesetzt.

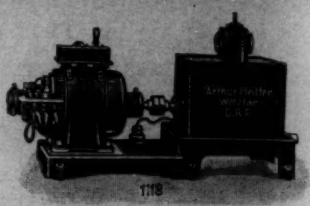
Pfeiffer's

1:20

Quecksilber-Dampfstrahlpumpe
ganz aus Stahl D. R. P. angem.

15 Liter bis zum Aussetzen jeder Entladung in 10 Sek. vom Vorvakuum ab.
Listen von Abt. H anfordern.

Vgl. Techn. Physik, 1922, Heft 12. Phys. Zschr., 1922, pag. 463.

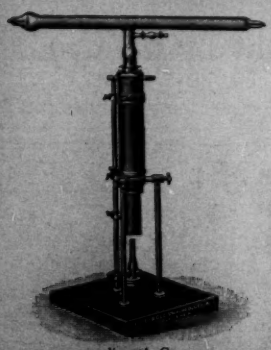

1:18

Rotierende Öl-Luftpumpe D.R.P.

Hochvakuum-Pumpen, Vakua bis $^1/_{1\,000\,000}$ mm Hg.
Saugleistung bis 50 cbm per Stunde
Photometer aller Systeme
Öl-Prüfapparate, Schnellviskosimeter usw.
Funken-Induktoren bis 1000 mm Funkenlänge
Doppel-Pendelgleichrichter
Oscillographen

Arthur Pfeiffer
Wetzlar 8
Telegr. Vakupfeif. — Tel. 85 u. 86.

Neue Hochvakuum-Diffusions-Pumpe aus Metall
nach Prof. Gaede
D.R.P. und Auslandspatente angemeldet


$^1/_{10}$ nat. Gr.

Saugleistung: 15 Liter per Sek.
Vorvakuum: 20 mm
„Vergl. Zeitschrift für Technische Physik, Jahrg. 1923, Nr. 10"

Alleinige Hersteller

E. Leybold's Nachfolger A.-G.
Köln a/Rhein, Brüderstr. 7

Sonderliste auf Wunsch

Für den Anzeigenteil verantwortlich S. Hirzel in Leipzig. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.